

الجانب التفسيري في فلسفة العلم والرياضيات عند مارك شتاينر*

The Explanatory Aspect of Mark Steiner's Philosophy of Science and Mathematics

اعداد

محمد سيد محمد أبو العلا الدماطي

ملخص البحث:

يركز هذا البحث على تفسير مارك شتاينر للعلوم الطبيعية والرياضية، ودور الرياضيات بين العقل والكون، وكيف أن القول بعدم قطعيتها في الفيزياء قد أدى إلى نتائج علمية غير مُرحب بها، وأنه ليس هناك داعٍ للربط بين التفسير الرياضي ووحدة العلوم، كما يسلب الضوء على تمييزه بين العلاقة السببية وبين التفسير السببي، وأن المعرفة السببية ضرورية للفيزياء، بل تعد جزءًا منها، مؤكدًا أن السببية ليست قانونًا لكنها تمكنا من صياغة القوانين، كما يستعرض كذلك تمييزه بين التفسير والتفسير البعيد، وعلى تركيزه على ضرورة إعادة وصف الظاهرة من خلال اللياقة بدلًا من التخلص من تفسيرها، ويستعرض مفهومي اللياقة والجمال اللذان يحدث من خلالهما التوافق بين العقل البشري والعالم، ثم

* مارك شتاينر Mark Steiner: أستاذ إسرائيلي ولد في مدينة نيويورك عام ١٩٤٢، ودرس في جامعات "كولومبيا (البكالوريوس، ١٩٦٥)، أكسفورد (زمالة فولبرايت، ١٩٦٥-١٩٦٧)، وبرينستون (الدكتوراه، ١٩٧٢). قام بالتدريس في جامعة كولومبيا بين عامي (١٩٧٠-١٩٧٧) والجامعة العبرية في القدس بين عامي (١٩٧٧-٢٠٢٠). وهو مؤلف كتاب المعرفة الرياضية (١٩٧٥)، وكتاب قابلية تطبيق الرياضيات كمسألة فلسفية (١٩٩٨)، والعديد من المقالات حول فلسفة الرياضيات وفلسفة العلوم. قام بترجمة ثلاثة كتب فلسفية لرؤوفين أجوشويتز Reuven Agushewitz من اللغة اليديشية إلى الإنجليزية (٢٠٠٦، ٢٠٠٨، ٢٠١٠). قام بتحرير الترجمة العبرية لكتاب ديفيد هيوم "رسالة في الطبيعة البشرية" (٢٠١٣). كما كتب مقالات مهمة حول الفكر اليهودي، وخاصةً حول فلسفة موسى بن ميمون. توفي في القدس عام ٢٠٢٠ متأثرًا بفيروس كورونا.

انظر: <https://huji.academia.edu/SteinerMark>.

تتناول المقالات التي تم جمعها مجموعة من القضايا المركزية في فلسفة الرياضيات. حتى أن هيئة تحرير مجلة "سبرنجر" Springer العلمية الشهيرة قد أصدرت عددًا خاصًا في ذكره العام الماضي (٢٠٢٣) يتناول أبحاثه كل ورقة تتناول بطريقة أو بأخرى عمل شتاينر والمشاكل المركزية فيه. لكن كل منها لا يقل مساهمة في حد ذاته، وهذا يشهد على التأثير العميق لفكره على مجتمع فلاسفة العلوم والرياضيات.

دار عمل شتاينر في فلسفة الرياضيات حول موضوعين كبيرين: الأفلاطونية والتطبيق. لكن التعامل مع هذه الأسئلة الكبرى دفعه إلى معالجة قضايا أكثر تحديدًا، وأبرزها قضايا التفسير الرياضي وطبيعة الأرقام. ولقد بذل جهدًا كبيرًا في تفسير الأعمال ذات الصلة التي كتبها هيوم وفيتجنشتين.

كان شتاينر رائدًا في موضوع التفسير الرياضي في ثلاث مقالات (١٩٧٨ أ، ب، ١٩٨٣ ج)، والتي أنتجت أدبيات كاملة حول هذا الموضوع. في هذه المحاضرة غير المنشورة، والتي تحمل عنوان "الشرح والتوضيح في الرياضيات: دور اللياقة"، يركز شتاينر على نوع معين من التفسير-التفسير عن طريق إعادة الوصف-والذي يتكون من ملاءمة الشرح في إطار رياضي جديد، مختلف عن ذلك الموجود في الذي تم وصفه في الأصل.

انظر:

Carl Posy & Yemima Ben-Menahem **Mathematical Knowledge, Objects and Applications**, Essays in Memory of Mark Steiner, Edited by, Carl J. Posy • Yemima Ben-Menahem, under exclusive license to Springer Nature Switzerland AG 2023, corrected publication 2023.



ينتقل إلى الواقعية الرياضية، وفيها يعرض للنهج الديكارتي الذي تناوله شتاينر بالتفسير ليؤكد أن هذا النهج يترك المعرفة الهندسية سليمةً بلا شك، ويشير إلى الفرق بين التناظر والتماثل والاستقلال الرياضي، وبين التناظر الفيثاغوري والتناظر الصوري أو الشكلي، والدور المركزي للإنسان في نجاح الاستراتيجيات الرياضية في الفيزياء، ثم ينتقل إلى الجانب الأفلاطوني بالتفسير والتحليل من خلال عرضه لآراء ويلارد كواين وبول بناسراف، وتأكيد على الجانب الوجودي لتفسير الكيانات الرياضية، وانتقاده لأي محاولة لتطبيق النظرية السببية للمعرفة على الرياضيات، ثم يسلم الضوء في النهاية على الفرق بين تطبيق الرياضيات وإمكانية تطبيقها عند فيتجنشتين، وكيف كان موقفه من المنطق دافعاً لانتقاده من قبل عددٍ كبيرٍ من الفلاسفة، لكنه - شتاينر - وقف منه موقف المدافع لأقصى درجة؛ فوصفه بالرياضي الوحيد الذي ينظر إلى الرياضيات والمنطق بوصفهما شكلان من أشكال الحياة.

الكلمات المفتاحية: اللياقة، الأحداث النقطية، إعادة التطبيق، التناظر، اطرادات تجريبية صرفة.

The Abstract:

This paper focuses on Mark Steiner's explanatory of natural and mathematical sciences, the role of mathematics between the mind and the universe, how arguing for its indeterminacy in physics has led to unwelcome scientific results, and that there is no need to link mathematical interpretation to the unification of the sciences. It also highlights his distinction between causation and causal interpretation and that causal knowledge is essential to physics. that causality is not a law but enables us to formulate laws, his distinction between explanation and remote explanation, his emphasis on the need to redescribe the phenomenon through fitness rather than eliminating its explanation, and his focus on the concepts of fitness and beauty through which the human mind and the world are brought into harmony, then he moves on to mathematical realism, in which he presents Steiner's Cartesian approach is interpreted to emphasise that this approach leaves geometric knowledge unquestionably intact, points out the difference between symmetry, analogy and mathematical independence, and between Pythagorean and formal symmetry, and points out the central role of the human being in the success of mathematical strategies in physics, then moves on to the Platonic side by interpreting and analysing the views of Willard Quine and Paul Benacerraf, his emphasis on the ontological aspect of the interpretation of mathematical entities, and his criticism of any attempt to apply the causal theory of knowledge to mathematics, Steiner finally highlights the difference between the applicability and applicability of mathematics for Wittgenstein, and how his position on logic was a motive for criticism by a large number of philosophers, but he - Steiner - stood up for him as a defender to the point of being an apologist. defended him to the point of

describing him as the only mathematician who views mathematics and logic as forms of life.

Key Words;fitness, point events , renormalization, taxonomy, empirical regularities.

مقدمة:

قدم **مارك شتاينر** عددًا من الإسهامات في فلسفة العلم والرياضيات، حيث يبلغ عدد أبحاثه وفقًا للعدد الخاص لمجلة "إسبرنجر" Springer الذي صدر بمناسبة ذكره حوالي ٧٥ بحثًا، منها ٧٢ بحثًا منشورًا، وثلاث أبحاث مقبولة للنشر، ولا تخلو أبحاثه وكتاباتاته من أهمية فلسفية ومنطقية، كونها تركز على فلسفة العلم، وتعيد لفلسفة الرياضيات رونقها، كما تتميز كتاباته بالثراء والتنوع والتحليل، وتركز أغلبها على الجانب التطبيقي للرياضيات والفيزياء بالإضافة إلى الجانب التفسيري، في صورة تجمع بينهما يبدو من ظاهرها التبعية، لكنها تتطوي على شكل من أشكال الاستقلال، يظهر في تناوله للفيزياء وفلسفة الرياضيات والمنطق، وهو ما يدعو لتسليط الضوء أو لفت الانتباه إلى ما قدمه، خاصة أنه لا توجد أي دراسة منشورة باللغة العربية حول إسهاماته حتى هذه اللحظة، لذلك آثر أن أسمى ما كتبه عنه بالجانب التفسيري في فلسفة العلم والرياضيات كونه يشمل الجانب الأوفر لما قدمه **شتاينر**، ومن ثم تكمن أهمية البحث فيما قدمه إسهاماتٍ تستحق الدراسة.

وتدور إشكالية هذا البحث حول الجانب التفسيري عند **مارك شتاينر** في فلسفة العلم والرياضيات على حدٍ سواء، وقد أثار هذا الجانب عددًا كبيرًا من الموضوعات سواء في الفيزياء أو في فلسفة الرياضيات، تناولها **شتاينر** جميعًا بالتحليل، مثيرًا قضايا وموضوعات في غاية الأهمية؛ حول قوانين الفيزياء، مقدمًا أمثلةً أثارَت الجدل، مثل المجال المغناطيسي الذي كشفت وهمه نظرية النسبية الخاصة، ودوره في إعادة دور التفسير في الرياضيات وقضاياها لمكانته في القرن العشرين؛ بحيث يضيق مجال البحث عن استعراضها جميعًا، لكنها أثارَت بالفعل حفيظة علماء المنطق والفيزياء والرياضيات؛ فتناولوها بالشرح والتفسير والمقارنة، وبهذا يعد ما أثاره **شتاينر** حقلاً خصبًا في فلسفة العلم والمنطق والرياضيات، يستوجب لفت الانتباه وتركيز الضوء على ما قام به.

ومن ثم يحاول الباحث أن يجيب عن عددٍ من التساؤلات التي تتعلق بهذا الموضوع، أهمها:

أ- ما العلاقة بين الأحداث النقطية والسببية؟

ب- ما المقصود بإعادة وصف الظاهرة؟ وما دور اللياقة في القيام بذلك؟

ج- ما علاقة التفسير الرياضي باللياقة أو الملاءمة؟ وما علاقته بالنهج الديكارتي؟

د- كيف تناول **شتاينر** الجانب الأفلاطوني؟ وما علاقته بالمعرفة الرياضية؟

هـ- كيف يلعب التفسير دورًا مهمًا في نظريته لفلسفة الرياضيات عند **فيتجنشتين** ورسل؟

وهذه الأسئلة سوف يجيب عنها الباحث داخل صفحات هذا البحث.
المنهج المستخدم في البحث: المنهج التحليلي النقدي المقارن؛ حيث أن الباحث قام بتحليل نصوص شتاينر ومقارنتها بما كتبه بغيره من المناطق الذين تناولوا هذه الموضوعات.

١- المعرفة العلمية المكتسبة Lore:

في حديثه عن الاكتشافات الفيزيائية، استشهد شتاينر بتشارلز بيرس Charles Peirce (١٨٣٩-١٩١٤). والواقع أنه اعتقد أن بعض "كلمات بيرس ملائمة للغاية" إلى الحد الذي جعله يستشهد بها مرتين، في بداية ونهاية الفصل "الرياضيات والمقارنات والاكتشافات في الفيزياء" (١٩٩٨). وبدأ شتاينر بالاستشهاد بالجملتين السابقتين مباشرةً قائلاً:

"ولكن الأمر كذلك تماماً عندما نختبر سلسلة طويلة من الظواهر المتصلة بشكلٍ منهجي، فجأة تظهر في أذهاننا فكرة نمط الاتصال، أو النسق، وتفرض علينا، ولا يوجد مبرر لها ولا تفسير واضح للكيفية التي تم بها دفعنا إلى رؤيتها على هذا النحو. قد يبرر البعض أننا نجمع هذا وذلك؛ ولكن ما الذي أخرج هذه الأفكار من أعماق الوعي؟ بناءً على هذه الفكرة، التي تنبثق من تجربة جزء من النسق، نبني على الفور توقعات لما سيأتي ونفترض موقف الترقب".

بهذه الطريقة يتم بناء العلم، والعلم سيكون مستحيلاً إذا لم يمتلك الإنسان ميلاً إلى التخمين الصحيح^(١).

تساءل شتاينر عن الدور الذي تلعبه وحدة التفسير في العلوم وفي الرياضيات؟ ورغم أن هناك فلاسفة يعتقدون أن التفسير ليس أكثر من وحدة، إلا أنه لا توجد ضرورة لوجود صلة بين الوحدة والتفسير، كما أنه لا يوجد ما يضمن وجود الوحدة في العلوم، وبالتأكيد ليس في الرياضيات، ومن المؤكد أننا لا نستطيع أن ننكر الوحدة المذهلة التي نجدها في الرياضيات، بل إن العديد من ممارسي الرياضيات ومراقبيها قد انبهروا بها، ولكن لا توجد ضرورة لوجود ارتباط بين التفسير في الرياضيات والوحدة^(٢).

كما تساءل شتاينر كذلك السؤال الرئيسي الذي طرأ على بال علماء الفيزياء في نهاية القرن التاسع عشر: كيف نكتب قوانين الأشياء الصغيرة للغاية- العالم الذري- ولم ينجح الاستنباط المباشر في قوانين الفيزياء الكلاسيكية (بسبب مشاكل مثل كارثة الأشعة فوق البنفسجية)، كما فشلت الطرق

(^١)Gila.Sher.Human Thought, Mathematics, and Physical Discovery. In Mathematical Knowledge, Objects and Applications,Essays in Memory of Mark Steiner,Edited by,Carl J. Posy •Yemima Ben-Menahem,under exclusive license to Springer NatureSwitzerland AG 2023,corrected publication 2023,P.302.

(^٢)Steiner.Mark.Explaining and Explaining Away in Mathematics: The Role of "Fitness", In Carl Posy&Yemima Ben-Menahem (eds.), Mathematical Knowledge,Objects and Applications: Essays in Memory of Mark Steiner. Springer.pp.9-22,2023,P.20.

الأخرى المستخدمة عادةً لكتابة مثل هذه القوانين. وفي مواجهة هذه المشكلة، وجد علماء الفيزياء الحل "اليانس" التالي: فقد كتبوا معادلات مماثلة للمعادلات الكلاسيكية. ولكن، متشابهة في أي جانب؟ إن وصف الأشياء بأنها "متشابهة" أو "مختلفة" لا معنى له إلا في إطار مخطط (معياري) للتصنيف. وكانت الاستراتيجية تتلخص في كتابة قوانين ذات شكلٍ رياضيٍّ مماثلٍ للقوانين الكلاسيكية. وعلى هذا فإن الرياضيات وحدها وفرت اللغة "للتعبير عن"، و"تصنيف" الصيغ لإضفاء المعنى على التناظرات التي دفعت في النهاية إلى الاكتشاف الناجح لقوانين الكم. ولكن "استخدام الرياضيات لتحديد التشابه والتناظر في الفيزياء هو (...) مركزية الإنسان" لأن الأسباب الرئيسية لقبول المفاهيم (الرياضية) في الرياضيات - كما أشار شتاينر - هي "جمالها" beauty و"لياقتها" (ملاءمتها) * fitness، وهما مقولتان خاصتان بالأنواع. وعلى هذا فإن "الاعتماد على الرياضيات في تخمين قوانين الطبيعة هو الاعتماد على المعايير البشرية للجمال والراحة"، وهو ما يعادل "سياسة مركزية الإنسان". ومن ثم، فمن حقنا أن نتوقع "توافقاً" حقيقياً بين العقل البشري (القيم الإنسانية، والمقولات، وما إلى ذلك) والعالم ككل⁽¹⁾.

وأشار شتاينر إلى أن التشبيه الفيزيائي فشل في العديد من المجالات، على سبيل المثال، في النظرية الذرية، "كانت المشكلة هناك أن قوانين ... الذرة ... أثبتت أنها غير قابلة للتطبيق، إنها أشياء مشابهة لتلك التي تتعلق بالأجسام"، وهي أشياء كانت موضوعاً لنظريات فيزيائية كبرى سابقة. وهذا يعني أن العلماء قد اضطروا إلى الاعتماد على "تشبيهات غير فيزيائية"؛ أي تشبيهات رياضية، تشبيهات مبنية على التصنيف الرياضي: "لقد وفرت الرياضيات ... الإطار لتخمين قوانين العالم الذري، من خلال توفير صيغ تصنيفية خاصة بها"⁽²⁾.

وقد تناول شتاينر مفهوم المعرفة العلمية التقليدية من خلال عرضه لبعض المفاهيم التي تتناولها فلسفة العلم، ومنها مفهوم "العلاقة السببية".

أ - الأحداث والسببية:

هيمن مفهوم "أرسطو" Aristotale (384-322 ق.م) عن الفهم والبرهان العلمي على فكر العصور القديمة والعصور الوسطى، وبحلول العصر الحديث المبكر تراجعت أهمية مفهوم السببية الذي دعم الميتافيزيقا ونظرية المعرفة عند أرسطو، مع ظهور مفاهيم أقرب إلى الممارسات التجريبية

* يميل الباحث إلى تسميتها باللياقة fitness نظراً لأن شتاينر يستخدم كلمة convenience للتعبير عن الملاءمة.
(¹)Bangu.Sorin.Steiner on the Applicability of Mathematics and Naturalism.Philosophia Mathematica (III)14(2006),26-43,Advance Access publication January 9,2006,P.28.
(²)Gila.Sher.Op.Cit,PP.302-303.

الأحداث. ومع ذلك، في الرياضيات، حيث بدت هذه النماذج السببية الأحداث غير قابلة للتطبيق، استمر التعامل مع مفهوم أرسطو بجدية^(١).

وقد اهتم شتاينر بتحليل العلاقة السببية من خلال تحليله لمقال "دونالد ديفيدسون" Donald Davidson (١٩١٧-٢٠٠٣) الذي قدمه بعنوان "العلاقات السببية" Causal Relations، والذي نشره عام ١٩٦٧ (the Journal of Philosophy, PP.691-703.) ويدور حول دلالات الخطاب السببي في اللغة العادية، ويعتبره مساهمة بارزة في فلسفة العلم؛ فهو يسلط الضوء على العديد من الأسئلة التقليدية المتعلقة بالسببية، منها مايلي:

(أ) يطبق رؤى ديفيدسون على عينة من الخلاف في فلسفة العلم: ما إذا كانت السببية لا تزال تلعب أي دور في الفيزياء الرياضية، مؤيداً استنتاج "برتراند رسل" B.Russell (١٨٧٢-١٩٧٠) بأن القوانين الفيزيائية التي يتم التعبير عنها بمعادلات تفاضلية differential equations لا تتضمن ما يسميه ديفيدسون بالعلاقة السببية.

(ب) زعم شتاينر أن رسل قد جانبه الصواب في اعتقاده أن هذا الاستنتاج يلغي السببية من الفيزياء الرياضية؛ لأنه بالإضافة إلى قوانين الفيزياء، يوجد نوع معين من المعرفة المكتسبة lore في الفيزياء، وهي الجزء التفسيري والاستدلالي غير الصوري الذي قد يؤكد العلاقات السببية، ويرى أن هذه "المعرفة المكتسبة" جزء لا يتجزأ وضروري من كل نظرية علمية.

(ج) وأخيراً، وبعيداً عن ديفيدسون، خلص شتاينر - بعد أن تم الاعتراف بالأهمية الحاسمة للمعرفة العلمية المكتسبة، وبالتالي فهم طبيعة دور السببية في العلم - إلى أنه لم تعد هناك حاجة لتقييد العلاقة السببية بالأحداث، وأن النظريات العلمية قد أكدت في الماضي أن العلاقات السببية قائمة بين كيانات entities مثل الشحنات charges والحقول fields. (يؤكد شتاينر أنه يتحدث فقط عن العلاقة السببية، وليس عن "التفسير السببي" الذي يميزه ديفيدسون بشكل صحيح عنه)^(٢).

إن القوانين العلمية بصورة عامة: هي صيغ تعبر عن علاقات ثابتة بين ظواهر معينة مثل قانون سقوط الأجسام، والقانون العلمي هو الصيغة التي يستخلصها العالم من الظواهر عن طريق مبدأ السببية ويجعلها على شكل رموز يسترشد بها الإنسان. إذن صياغة القوانين العلمية تعتمد على الظاهرة

(١) Andrew Arana. Purity and Explanation: Essentially Linked?. in Mathematical Knowledge, Objects and Applications, Essays in Memory of Mark Steiner, Edited by, Carl J. Posy • Yemima Ben-Menahem, under exclusive license to Springer Nature Switzerland AG 2023, corrected publication 2023, P.27.

(٢) Stiner, Mark. Events and Causality, the Journal of Philosophy, Vol LXXXIII, NO.5, MAY 1986, PP.249-250.

الجزئية في الأساس، والتي يتم ربطها بظاهرة جزئية أخرى حتى يمكن استخلاص ما بينهما من علاقاتٍ مشتركةٍ نقوم بتعميمها بواسطة ما يسمى بالقانون العلمي.

وكلما توصل العالم إلى ظاهرةٍ جديدةٍ يقوم بالربط بينها وبين ما يعرفه من تعميمات أو قوانين، وإذا لم يجد القانون الذي يصفها، عندئذٍ تعد ظاهرة غير واضحة^(١).

وانطلاقاً من هذا الأساس رأى شتاينر أن المعرفة السببية ضرورية للفيزياء، وتطلب زعمه هذا أن تعمل هذه المعرفة على التمييز بين ما هو ممكن رياضياً فقط، وبين الممكن فيزيائياً وحسب، وليس فقط المسار الفعلي للأحداث الممكنة فيزيائياً. فقط المعرفة الأولى هي التي ستثبت دور المعرفة السببية كجزءٍ من الفيزياء، بدلاً من كونها جزءاً من مفهومنا العادي للظروف المحلية التي نجد أنفسنا فيها، والتي نطبق عليها قوانين فيزيائية متناظرة؛ لأنه إذا كانت المعرفة السببية جزءاً فقط من الممكن فيزيائياً؛ فإن وجهة نظر رسل في السببية باعتبارها فئةً مجسمة على العمليات الفيزيائية المتناظرة البحتة سوف يتم تبريرها بعد كل شيء^(٢).

كما قرر شتاينر مثل "ديفيد شاتز" David Shatz* (١٩٤٨ -) أن النظرية السببية للمعرفة (وغيرها من النظريات المماثلة) تفترض مسبقاً تصوراً للذات العارفة باعتبارها مجرد انعكاس موثوق لبيئتها، وفي مثل هذه النظريات، بل إن اشتراط تصديق الذات لما تعرفه قد يبدو غير ضروري؛ لأن التصديق ليس الانعكاس الوحيد لبيئة الشخص، واستشهد شاتز بالكلاب التي غالباً ما تُنسب إليها

(١) حنان علي عواضة: النزعة العلمية في فلسفة كارل بوبر بين التجربة والميتافيزيقا، رسالة ماجستير غير منشورة، إشراف د. أحمد علي الحار، كلية الآداب والعلوم، مصراتة، ليبيا، ١٩٩٩، ص ٣١.

(٢) Rosenberg, Alexander. "Russell versus Steiner on Physics and Causality." *Philosophy of Science*, vol. 56, no. 2, 1989, pp. 341-47. *JSTOR*, <http://www.jstor.org/stable/187879>. Accessed 21, Sept., 2024, P.345.

* ديفيد شاتز: أستاذ الفلسفة والأخلاق والفكر الديني بجامعة رونالد ب. ستانتون، ومحرر مجلة *تورا مادا*، ومحرر سلسلة *ميوتزار هوراف*، المخصصة لنشر مخطوطات الحاخام جوزيف ب. سولوفيتشيك. عين بعد تخرجه في كلية يشيفا، كاهناً في معهد الحاخام إسحاق إلكانان اللاهوتي وحصل على درجة الدكتوراه بامتياز في الفلسفة العامة من جامعة كولومبيا. قام بتحرير أو تحرير أو تأليف ١٦ كتاباً وأكثر من ١٠٠ مقال ومراجعة حول الفلسفة العامة واليهودية. يركز عمله في الفلسفة العامة على نظرية المعرفة والإرادة الحرة والأخلاق وفلسفة الدين، بينما يركز عمله في الفلسفة اليهودية على الأخلاق اليهودية، وموسى بن ميمون، واليهودية والعلم، وشخصيات الحاخامات في القرن العشرين. نُشرت مجموعة من مقالاته بعنوان "الفكر اليهودي في الحوار" في عام ٢٠٠٩. وقد اختير شاتز عدة مرات كأستاذ بارز من قبل طلاب السنة النهائية في جامعة شتيرن، وفاز في مسابقة جون تيمبلتون فاوندیشن في العلوم والدين. وهو عضو في هيئة تحرير مجلة *تراديشن*. وتقديرًا لإنجازاته كباحث ومعلم، مُنح ميدالية رئاسية من جامعة يشيفا (٢٠٠٩)، وهو أول عضو في كليات الجامعة المختلفة ينال هذا التكريم. وكان جزءاً من فريق دولي من علماء النفس والفلاسفة والمفكرين الدينيين في مشروع "الفضيلة والسعادة ومعنى الحياة" في جامعة شيكاغو، بدعم من منحة من مؤسسة جون تيمبلتون. بالإضافة إلى ذلك، ظهر كتاب يتعلق بحياته وفكره في مكتبة الفلاسفة اليهود المعاصرين، وهي سلسلة تقول دار النشر بريل إنها "تعرض مفكرين يهوداً بارزين قدموا مساهمات دائمة للفلسفة اليهودية البناءة في النصف الثاني من القرن العشرين".

انظر: <https://www.yu.edu/faculty/pages/shatz-david> .

المعرفة، ولكن نادراً ما تُنسب إليها المعتقدات؛ وبالطلاب الذين يُنسب إليهم معرفة إجابات الاختبارات التي لا يتقنون بها كثيراً⁽¹⁾.

بدأ شتاينر بفكرة برتراند رسل بأن السببية هي مفهوم أولي يخفي من العلم المتطور بمعادلاته التفاضلية.

ويتساءل شتاينر لماذا يجب أن تلغي المعادلات التفاضلية السببية الآن؟

يجيب شتاينر أنه باستخدام فلسفة ديفيدسون للسببية والأحداث، يمكننا توضيح وجهة نظر رسل. وفقاً لديفيدسون؛ فإن الكيانات الوحيدة التي يمكن أن تشارك في العلاقة السببية هي الأحداث، وقد جادل ديفيدسون الآن بأن الأحداث يجب أن تقرد بأسبابها وآثارها، وعلاوةً على ذلك، يشير إلى أن الحدث هو تغيير، وبالتالي فإن "الأحداث النقطية" point events ليست أحداثاً، وهذا لا يعني أن مفهوم الحالة الآنية instantaneous غير مترابطة، ولكن فقط أن مثل هذه الحالات لا يمكن أن تقف إلى جانب بعضها البعض في العلاقات السببية⁽²⁾.

أولاً، الأحداث النقطية متصلة: بين أي حدثين منها تقع سلسلة متصلة كاملة من حالات النسق. إذاً لا معنى للحديث عن التأثير (الفوري) لأي حدثٍ نقطي، لكن القدرة على تمييز "النتيجة" (الفورية) لأي سببٍ هو أمر أساسي في المفهوم التقليدي للسبب (لهذا السبب جعل "مايكل دومت" Michael Dummett (1925-2011)، في مقالاته عن السببية العكسية backward من نتيجة الحدث النقطي عمليةً كاملةً، نقطة بدايتها هي سببها).

ومع ذلك، هل يمكن أن يكون الحدث النقطي سبباً معاصراً لحدثٍ آخر؟

إليك مثلاً اقتراحه جيرولد أرونسون Jerrold Aronson (1940-): في الفيزياء النيوتونية، القوة المؤثرة على جسيم ما والعجلة الناتجة عن ذلك الجسيم هما حدثان نقطيان متزامنان⁽³⁾. لا يبدو من أرونسون أنه قلق من حجة "ديفيد هيوم" David Hume (1711-1776) في الرسالة، بأن مجرد احتمال أن تكون الأسباب والآثار متعاصرة، يعني ضمناً أنها في الواقع متزامنة (الأسباب لا تنتظر أبداً إذا كان بإمكانها المساعدة)⁽⁴⁾.

كانت المشكلة التي أشار إليها هيوم، هي أن العلاقات السببية ضرورية وأن قوانين الطبيعة ضرورية وكلية في الوقت نفسه، ولكن لا الضرورة ولا الكلية يمكن أن تستند إلى الخبرة الحسية. بعد

(1) Steiner, Mark. *Cartesian Scepticism and Epistemic Logic*. Analysis, Volume 39, Issue 1, January 1979, Pages 38-41, 1979, P.40.

(2) Steiner, Mark. *Events and Causality*, P.250.

(3) *Ibid*, P.250.

(4) *Ibid*, P.251.

ذلك طور "كانط" Kant Immanuel (1724-1804) منهجيةً فلسفيةً جديدةً (الثورة الكوبرنيقية)* والتي أسندت دورًا حاسمًا لبنية الإدراك البشري في ترسيخ إمكانية المعرفة البشرية للعلاقات السببية والقوانين الطبيعية. والنقطة الأساسية لدى كانط هي أن المعرفة تتطلب تمثيل العالم، ولكن التمثيل - في سياق مذهبه - يعتمد على بنية الإدراك البشري، وإذا فُرضت هذه البنية الشرعية والضرورة على العالم الذي يتم تمثيله؛ فإننا نعرف العالم باعتباره محكومًا بالقوانين والعلاقات الضرورية، تمامًا كما يمثلته العلم الطبيعي.

وتعتمد معرفتنا بالعالم على بنية الإدراك البشري وليس على أي نوعٍ من أنواع الإدراك من شأنه أن يولد معرفةً صادقةً بالعالم، وبالتالي فإن مفتاح فهم المعرفة العلمية هو فهم بنية الإدراك البشري وإمكانية وصوله إلى العالم⁽¹⁾.

وقد رأى شتاينر أنه ربما تكون معادلات "جوزيف لويس لاجرانج" Lagrange J.L * (1736-1813) - أو معادلات "وليم هاملتون" Hamilton (1788-1856) هي نوع المعادلات التي كانت في

* من ذلك ما قدمه "كوبرنيكس" Nicolaus Copernicus (1473-1543) في تفسير حركة الليل والنهار، إنه أدرك أولاً أن تغير الليل والنهار من المستطاع تفسيره تفسيرًا مستساغًا بافتراض أن الأرض تدور حولها، كافتراضنا سواءً بسواءً أن الأرض ثابتة وأن الشمس تدور حولها. وكان من رأيه ثانيًا: أن معنى نظرية الأرض الثابتة والسماء العظيمة الدائرة، طبقًا للنظرية القديمة أن المحيط الهائل للسماء يجب أن يدور بسرعة لا يمكن أن يصدقها العقل لكي تدور السماء مرةً حول الأرض كل أربع وعشرين ساعة، ورأى أن معنى هذه السرعة الهائلة أن الدائرة القصوى للكون تكون عرضة لخطر التمزق.

ولم يكن "كوبرنيكس" ممن يجرون التجارب ولم يتيسر الدليل العملي لتعضيد نظريته في عصره. ومع ذلك فقد استعاض عما كان ينقصه من التجربة بقوة استدلالٍ خارقة. وكان يجب عليه مثله مثل أي عالم رياضيات آخر أن تكون لديه طريقة دقيقة لعرض الحقائق. وكان يرى أن نظريته أوجدت طريقةً بسيطةً خاليةً من التعقيدات الهندسية للنظرية القديمة. انظر: د. م. تيرنر: **الكشف العلمي**، ترجمة: أحمد محمود سليمان، مراجعة: د. محمد جمال الدين الفندي، دار الكاتب العربي للطباعة والنشر، القاهرة، 1940، ص ص 30-31.

(1) Gila.Sher. Op. Cit, P.305.

* **جوزيف لويس لاجرانج**: عالم رياضيات فرنسي، لكن الموسوعة الإيطالية تشير إليه باعتباره عالم رياضيات إيطالي. من المؤكد أن لديهم بعض المبررات في هذا الادعاء حيث ولد **لاجرانج** في **تورينو** وعُمد باسم **جوزيبي لودوفيكو لاجرانجيا**. كان والد **لاجرانج** هو **جوزيبي فرانشيسكو لودوفيكو لاجرانجيا** الذي كان أمين صندوق مكتب الأشغال العامة والتحصينات في **تورينو**، بينما كانت والدته **تيريزا جروسو** الابنة الوحيدة لطبيب من **كامبيانو** بالقرب من **تورينو**. كان **لاجرانج** الأكبر بين أطفالهما الحادي عشر ولكنه كان واحدًا من اثنين فقط عاشا حتى سن الرشد. بدأ اهتمام **لاجرانج** بالرياضيات عندما قرأ نسخة من عمل **هالي** عام 1693 حول استخدام الجبر في البصريات. كما انجذب إلى الفيزياء بسبب التدريس الممتاز لبيكاريا في كلية **تورينو** وقرر أن يصنع لنفسه مهنة في الرياضيات.

كرس **لاجرانج** نفسه للرياضيات بالتأكيد، ولكنه كان في الأساس من علماء الرياضيات الذين تعلموا ذاتيًا ولم يحظ بفائدة الدراسة مع كبار علماء الرياضيات، وفي 23 يوليو 1754 نشر أول عمل رياضي له والذي اتخذ شكل رسالة مكتوبة باللغة الإيطالية إلى **جوليو فاجنانو**. ولعل الأكثر إثارة للدهشة هو الاسم الذي كتب به لاجرانج هذه الورقة، وهو **لويجي دي لا غرانج تورنييه**. لم يكن هذا العمل تحفة فنية وأظهر إلى حد ما حقيقة أن لاجرانج كان يعمل بمفرده دون مشورة مشرف رياضي. ترسم الورقة تشابهًا بين نظرية ذات الحدين والمشتقات المتعاقبة لمنتج الدوال. قبل كتابة بحثه باللغة الإيطالية للنشر، أرسل **لاجرانج** النتائج إلى **أويلر**، الذي كان يعمل في ذلك الوقت في برلين، في رسالة مكتوبة باللغة اللاتينية. ومع ذلك، بعد شهر من نشر البحث، وجد **لاجرانج** أن النتائج ظهرت في مراسلات **بين يوهان برنولي** و**ليبنتر**. انزعج **لاجرانج** بشدة من هذا الاكتشاف لأنه كان يخشى أن يُوصم بأنه غشاش ينسخ نتائج الآخرين. ولكن هذه

ذهن رسل: المعادلات التفاضلية التي تتصور نظامًا مغلقًا يتطور بشكلٍ حتمي من حالةٍ إلى أخرى؛ لأنه في مثل هذه المعادلات، ليس "للقوة" أي دور، وقد يعترض أرونسون على أن مفهوم القوة، حتى لو لم يُذكر على وجه التحديد في معادلات لاجرانج أو معادلات هاميلتون، لا يزال حاسمًا في الميكانيكا الكلاسيكية. لأنه حتى قانون "نيوتن" Isaac Newton (1643-1727) نفسه للجاذبية يمكن دمجه مع معادلة "F = ma" للحصول على معادلةٍ لا تذكر القوة على الإطلاق؛ ومع ذلك فلن يعترض أحدٌ على أن القوة قد "ألغيت"^(١).

ووفقًا لقوانين "نيوتن" فإن التغيرات التي تحدث في العالم عند أية لحظة تعتمد فقط على حالة العالم عند تلك اللحظة، والحالة تُحدّد بمواضع وسرعات الأجسام. فتغيرات المواضع تحددها السرعات، وتغيرات السرعات تحددها القوى، والقوى بدورها محددة بالمواضع. فإذا أمكننا معرفة حالة العالم عند أي لحظة استطعنا أن نتنبأ بالسلوك والمعدل الذي سوف تتغير به هذه الحالة. وإذا عرفنا هذا يمكننا التنبؤ بالحالة في اللحظة التالية، ثم نعلم على ذلك كمرحلة انتقالية فننتبأ بالحالة في لحظة بعدها وهكذا بغير حدود^(٢).

الأمر الذي دفع شتاينر للانتقال من مسألة ما إذا كانت القوة جزءًا من الميكانيكا الكلاسيكية في القرن التاسع عشر أم لا، إلى سببٍ آخر لإنكار أن "العلاقة الرياضية" بين الحالات اللحظية لنسقٍ كلاسيكي حتمي هي العلاقة السببية التقليدية؛ أي أن مفهوم الحالة اللحظية ما هو إلا تجريدٌ رياضي يستمد معناه بالكامل من مفهوم الفترة الزمنية، والسبب في ذلك أن العديد من خواص "الحالة اللحظية" هي مشتقات من المقادير الأساسية، ومن ثم فهي تشير بشكلٍ أساسي إلى فتراتٍ زمنية، وبالتالي؛ فإن السرعة اللحظية لجسيم ما يمكن تعريفها في لحظةٍ لا يوجد خلالها الجسيم طالما أنه موجود في جوار

البداية غير المتميزة لم تفعل أكثر من دفع لاجرانج إلى مضاعفة جهوده لإنتاج نتائج ذات قيمة حقيقية في الرياضيات؛ فبدأ العمل على المنحنى الذي يصل عليه الجسيم الموزون دائمًا إلى نقطةٍ ثابتة في الوقت نفسه بغض النظر عن موضعه الأولي. وبحلول نهاية عام 1754 كان قد توصل إلى بعض الاكتشافات المهمة على المنحنى الذي سيساهم بشكلٍ كبير في الموضوع الجديد لحساب المتغيرات (الذي بدأ علماء الرياضيات في دراسته ولكن لم يلق اسم "حساب المتغيرات" قبل أن يطلق عليه أويلر هذا الاسم في عام 1766).

انظر: <https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Lagrange>.

*القوة (F) المؤثرة على الجسم تساوي كتلة الجسم (m) مضروبة في تسارعه (a). وهذا يعني أنه كلما زادت كتلة الجسم، زادت القوة اللازمة لتسريعه. وكلما زادت القوة، زاد تسارع الجسم.

انظر: <https://howthingsfly.si.edu/ask-an-explainer/what-does-fma-mean-newtons-second-law>.

[second-law](https://howthingsfly.si.edu/ask-an-explainer/what-does-fma-mean-newtons-second-law).

(١) Stiner, Mark. *Events and Causality*, P.251.

(٢) حسين علي حسن: مفهوم الاحتمال في فلسفة العلم المعاصرة، مكتبة الحرية الحديثة، عين شمس، القاهرة، 1989، صص 68-69.

زمني محيط، ولا يعترض شتاينر على أي من هذا؛ إنه يشير فقط إلى مدى بُعد المفهوم المعاصر "الحدث النقطي" عن الأحداث الحقيقية، وبالتالي مدى ابتعادنا عن المفاهيم التقليدية للسببية. والآن يمكن للمرء بالتأكيد أن يقول إن خصائص الجسيمات عند نقطة ما هي مجرد حدود لمتوسط قيم تلك الخصائص عند فترات زمنية أصغر وأصغر، لكن هذا لا يسمح لنا بالتمييز بين الأسباب والنتائج، لأن قوانين الطبيعة لا تصل إلى شكل القوانين السببية (الدايفيدسونية) إلا عندما تكون قوانين لأحداثٍ نقطية^(١).

والآن تسمح النظرية بالعلل والتأثيرات الذرية إذا كان هناك على الأقل زوج واحد من الأحداث ج و ه؛ بحيث يمكن للنظرية أن تثبت (بموجب الأوصاف المناسبة المأخوذة من مفردات النظرية) أن ج يسبب ه - ولكن بالنسبة لأي جزئين زمنيين "ج" و "ه" لا يمكن إثبات أن "ج يسبب ه"، بموجب الأوصاف التي يمكن صياغتها في النظرية. وهكذا يكون الحدثان ج و ه ذريين بالنسبة للنظرية، لكن ليس من الضروري أن يكونا ذريين بشكل مطلق - وفي ما يلي سنحتاج فقط إلى المفهوم النسبي للذرية^(٢).

على سبيل المثال، يسمح علم النفس السلوكي **السكينيري** * Skinnerian بالأسباب والتأثيرات الذرية، وقد "يستثير" المثير stimulus (مثل وميض الضوء) "استجابة الضغط على القضيب" من جانب فأر المختبر (بالنظر إلى "تاريخ التعزيز" reinforcement history المناسب كشرط خلفية)، وغالبًا لا يمكن إثبات أن أي جزء زمني من المثير قد يكون سببًا في النظرية لأي جزء زمني من الضغط على القضيب. (ومع ذلك، تذكر أن المثير قد لا يكون ذريًا بالمعنى المطلق).

من ناحية أخرى، عندما تكون المحددات الرياضية لنسق ما هي أحداث نقطية، كما في حالة النظريات المبنية على معادلات متباينة؛ فإن الأحداث الذرية لا تسمح بها النظرية، ومن ثم لا توجد سببية بالمعنى التقليدي، تمامًا كما قال رسل. الآن قد يحاول أحدهم أن يخفف من مفهوم السببية ليزعم أن السببية مخففة، تنطبق على الأحداث النقطية، وبالتالي تنجو من ظهور المعادلات التفاضلية، لكن لا جدوى من الجدل حول المصطلحات. وقد أصر شتاينر على أن مصطلح "السببية" في هذه الحالة

(١) Stiner, Mark. Events and Causality, P.251.

(٢) Ibid, P.252.

* نسبةً إلى بورهوس فريدريك سكينر (١٩٠٤-١٩٩٠)، مؤلف ومخترع وفيلسوف اجتماعي أمريكي. وهو الأخصائي الأكثر تأثيرًا في علم النفس في القرن العشرين. وهو أستاذ الفلسفة إدجر بيرس في جامعة هارفارد من عام ١٩٥٨م حتى تقاعده في عام ١٩٧٤م.

ابتكر سكينر غرفة الإشراف الاستثنائي، وابتكر فلسفته الخاصة في العلم التي تُسمى سلوكًا مبتكرًا، وأسس مدرسته في البحث التجريبي في علم النفس؛ وهي التحليل التجريبي للسلوك. تُوج تحليل سكينر لسلوك الإنسان عمله في السلوك اللفظي الذي بدأ منذ ذلك الحين بشكل مذهل في المجال التجريبي والإعدادات التطبيقية.

انظر: <https://ar.wikipedia.org/wiki>.

سيعاني من فقدان جزء كبير من معناه التقليدي؛ ويجب فحص التطبيقات التقليدية للسببية في الميتافيزيقيا والأخلاق لمعرفة ما إذا كانت ستتجو من هذه الخسارة⁽¹⁾.

إن الأمثلة التي استشهد بها شتاينر، لا تناسب النزاع الدائر بينه وبين رسل، خاصةً تلك التي استشهد بها من نيوتن، ذلك أن المقاطع التي استشهد بها شتاينر تشكل أولاً جزءاً من الحجة التي تؤيد نظرية نيوتن، وليست جزءاً من النظرية ذاتها. وثانياً؛ لأن كلاً منهما يتعامل مع ظاهرة نظرية يصعب للغاية أن تتكيف مع مفهوم السببية لدى أي شخص: ظاهرة الجاذبية التي تعكس قوى كونية تعمل على نحوٍ لحظي من خلال الفراغ. ولكن على أية حال، فإن "الأفكار" أو "الاعتبارات" التي يهدف إلى توضيحها تبدو غير سببية ولا تنتمي إلى أي من المعارف غير القانونية⁽²⁾.

إن القوانين التي تحكم ما يحدث للفترات الزمنية الأصغر والأصغر ليس لها شكل القوانين السببية.

ومن ناحيةٍ أخرى، يمكننا بناء الأحداث من الأحداث النقطية، فيمكننا أن نصف - على الأقل في بعض الأحيان - حركة القمر لثلاث ثوانٍ، لحظةً بلحظة، ثم نكتب قانوناً يتنبأ بحركة القمر في فتراتٍ زمنية مستقبلية، لكن مثل هذا القانون سيكون قانوناً مشتقاً بالكامل وغير ضروري، لأنه نتيجةً رياضيةً لقوانيننا للأحداث النقطية.

إذاً، المفهوم التقليدي للسببية هو العلاقة بين الأسباب والنتائج الذرية. يكون الحدثن (أ) و(ب) سببان ونتيجتان ذريان إذا:

(1) أ يسبب ب.

(2) لا يوجد جزء زمني من أ يسبب أي جزء زمني من ب.

يجسد هذا المفهوم سمتين أساسيتين للمفهوم التقليدي للسببية (أو على الأقل سببية الحدث) اللتين تتجاذبان في اتجاهين مختلفين: أولاً، أن الأسباب والنتائج هي وحدات (السبب كله يسبب النتيجة كلها)؛ ثانياً، أن الأسباب والنتائج هي حوادث تستغرق وقتاً؛ فإذا كان الزمن نفسه مكمماً، فإن أي سبب أو نتيجة يحدث في أقل زمن سيكون ذرياً في الواقع، لكن في نوع النظرية القائمة على المعادلات التفاضلية، التي تحدث عنها رسل، يكون الزمن مستمراً (وهو بالطبع مستمر حتى في ميكانيكا الكم كما هو متبع اليوم)⁽³⁾.

(1) Ibid, PP.252-253.

(2) Rosenberg, Alexander. Op. Cit, P.346.

(3) Stiner. Mark. Events and Causality, P.252.

يمكن القول أن **شتاينر** لم ينجح في إعادة السببية إلى الفيزياء بالمعنى الذي حاول رسل من خلاله فصل السببية عن الفيزياء، لكنه يزعم - وهو في ذلك على صواب- أننا نستمر في استخدام المعرفة السببية في تطبيق النظرية الفيزيائية على المسائل العملية، تماماً كما نستمر في الإشارة إلى الاتجاهات بالتقريب في الفضاء، كقولنا الأعلى والأسفل، عند حل المشكلات التي ندرسها في الكتب المدرسية في الميكانيكا. لكنه لم يصرح بذلك، وإنما صرح أن مثل هذه الأدوات (يقصد السببية) لا يمكن إزالتها حتى من أكثر القضايا وضوحاً في النظرية الفيزيائية ذاتها⁽¹⁾.

إن وجهة نظر **شتاينر** تؤكد أن السببية تلعب دوراً توجيهياً مهماً في الجانب غير الصوري، وربما غير القابل للصياغة من العلم، ومن الأهمية بمكان أن نعرف ما الذي يسبب ماذا (حتى لو كان لدينا حدثان غير حقيقيين) أثناء المرحلة التي تطور فيها العلم أو نفسه (ونحن دائماً في مثل هذه المرحلة). وهذا ليس مجرد "استدلال"؛ لأن العلم كله مجرد "استدلالات"، ومن هنا يصير **شتاينر** على أن الكيانات وليس الأحداث فقط تشترك في علاقات سببية يشكل جزءاً من وجهة نظر عامة لدور السببية في النظريات العلمية⁽²⁾.

ولا يميل **شتاينر** إلى تأكيد أنه يمكننا دائماً ربط اطراد regularity سببي غير متماثل بكل علاقة سببية - وفقاً للرؤية الحالية؛ ذلك أن السببية هي ما يسمح لنا بتطوير القوانين، بدلاً من أن تكون هي نفسها قانوناً. على سبيل المثال، ما هو القانون الذي يربط الشحنة بالمجال؟ إذا كان صحيحاً أن كل شحنة محاطة بحقل؛ فمن الصحيح أيضاً أن كل مجال يحتاج إلى شحنة (نظراً لأن الأشياء الوحيدة التي تسبب المجالات هي الشحنات، ولا توجد مجالات غير مسببة). هذا المطلب الأخير، أن يكون لكل مجال مصدر، غائبٌ بشكلٍ صارخ عن معادلات "**جيمس ماكسويل**" James Clerk Maxwell (1831-1879). لقد تم ملؤه، لوضع قيود على المجال الكهرومغناطيسي.

هناك ملاحظة يقرها **شتاينر** نفسه، هي أن مناقشته للسببية في النظرية الكهرومغناطيسية قد اقتصرت عمداً على الكهرومغناطيسية الكلاسيكية. وبالتالي؛ فإن فكرة أن الشحنة تسبب المجال، وليس المجال هو الذي يسبب الشحنة، ليست حقيقةً أبدية مسبقة بل هي خاصة بتلك النظرية. وعلاوة على ذلك، فإن إصراره على أهمية "المعرفة" إلى جانب القانون في النظريات العلمية لا يمنع على الإطلاق اختبار المعرفة ومراجعتها، وبالتالي فمن المؤكد أنه من حق العالم أن يزعم أن الشحنة ليست سوى مجال موضعي، إذا كانت الأدلة تبرر ذلك.

(1)Rosenberg, Alexander.Op.Cit,P.347.

(2)Stiner.Mark.Events and Causality,P.264.

كما أقر بأن هناك الكثير مما يمكن قوله عن الجانب "غير المكتوب" من العلم فيما يتعلق بالسببية^(١).

٢- دور التفسير في العلوم الطبيعية:

إن بعض ما يعتبر "تفسيراً" explanation في العلوم هو في الواقع "تفسير بعيد" explaining away*. من هذا المنطلق بدأ شتاينر حديثه عن التفسير، وصرح بأنه يود أن يستكشف مدى أهمية فكرة التفسيرات هذه في الرياضيات؛ فلقد شرح "نيوتن" المد والجزر من خلال تطبيق قانون الجاذبية وقانون القصور الذاتي law of inertia، ووجد أن قوة الجاذبية للقمر تجعل الماء يتجمع على جانب الأرض، في حين أن قانون القصور الذاتي يجعل الماء يتجمع على الجانب الآخر^(٢).

أ- التفسير وإعادة الوصف من خلال اللياقة:

تعليقاً على ما قدمه نيوتن أكد شتاينر: "أن كل قانون يحتاج إلى تفسير. وهذا صحيح بشكل خاص بالنسبة للقوانين التي هي معادلات تفاضلية... يجب أن تكون متكاملة، وبالتالي يتم إدخال ثوابت التكامل. ولا تنتج كل مجموعة من الشروط الأولية ما يسميه الفيزيائيون حلاً "حقيقياً" فيزيائياً". إن المعرفة السببية مطلوبة لتضييق نطاق الحلول إلى الواقع الفيزيائي. وبالتالي، فهي جزء لا يمكن للفيزياء التخلص منه. لتقييم هذه الحجة، يتعين علينا التمييز بين الاعتبارات التي تضييق نطاق الحلول الممكنة رياضياً إلى الحلول الممكنة فيزيائياً وتلك التي تضييق نطاق الحلول الممكنة فيزيائياً إلى ما نعتبره "حلولاً فعلية"^(٣).

وقد قارن "سيدني مورجنبيسر"^{*} Sidney Morgenbesser (١٩٢١-٢٠٠٤) كما يقول شتاينر بين القانون وبين "التفسير"؛ فالتفسير لا يفسر الظاهرة، بل يتخلص منها؛ فالتفسير لا يفسر إلا لماذا اعتقدنا بوجود ظاهرة. وكان المثال المفضل لديه هو التطور evolution: فالتطور لا يفسر لماذا

(١) Ibid, P.264.

* صرح شتاينر أن هذه الفكرة المهمة في فلسفة العلوم قد تعلمها من صديقه في جامعة كولومبيا "سيدني مورجنبيسر" Sidney Morgenbesser.

(٢) Steiner, Mark. **Explaining and Explaining Away in Mathematics: The Role of "Fitness"**, In Carl Posy & Yemima Ben-Menahem (eds.), *Mathematical Knowledge, Objects and Applications: Essays in Memory of Mark Steiner*. Springer. pp. 9-22 (2023), P.11.

(٣) Rosenberg, Alexander. "Op.Cit, P.344.

* سيدني مورجنبيسر: فيلسوف يهودي أمريكي وأستاذ بجامعة كولومبيا، ولد عام ١٩٢١ وتوفي عام ٢٠٠٤، قام بالتدريس في سوارثمور ونيو سكول للبحوث الاجتماعية، ثم انضم إلى هيئة التدريس في جامعة كولومبيا كمحاضر في عام ١٩٥٣. وبحلول عام ١٩٦٦ أصبح أستاذاً منقرعاً. وشملت اهتماماته البراجماتية وحقوق الإنسان وفلسفة العلوم الاجتماعية ونظرية المعرفة. وبفضل شعبيته بين الطلاب والزملاء، تم تكريمه بجائزة أعظم معلم من جمعية خريجي جامعة كولومبيا في عام ١٩٨٢.

انظر: https://www.college.columbia.edu/cct_archive/may05/forum.html

تمتلك الزرافات أعناقًا طويلة، بل يفسر فقط لماذا لا توجد زرافات ذات أعناقٍ قصيرة. ووفقًا لتشارلز داروين Darwin (1809-1882)؛ فإن لياقة الأنواع لبيئتها هي ظاهرة زائفة.

وهناك حالات مثل هذه في الرياضيات. ومن الأمثلة على ذلك حالة الأعداد اللامتناهية الصغر أو "التدفقات" fluxions. فمن "جورج بيركلي" George Berkeley (1685-1703) إلى "كارل فايرشتراس" Karl Weierstrass (1815-1897)، بُذلت جهود لتفسيرها - بشكلٍ جذري - ولكن هناك أشكالًا أكثر اعتدالًا من "التخلص من التفسير". فبوسعنا أن نزعم أن ما كنت تعتقد أنه "د" يمكن وصفه بأنه "ه" (1).

يرى "شتاينر" أن التخلص من التفسير يحدث في كثيرٍ من الأحيان في الفيزياء بإحدى طريقتين: الأولى عندما يتم رفض ظاهرة ما باعتبارها وهمًا illusion، والثانية عندما يتم إعادة وصف redescrbed الظاهرة.

فمثلًا في ظاهرة المد والجزر، كما شرحها نيوتن؛ فإن أحد الانتفاخات المدية يرجع إلى قوة جاذبية القمر - وهي قوة "حقيقية" real يمارسها جسمٌ ما - أما في الإطار المرجعي لتركيبية الأرض والقمر؛ فإن الانتفاخ المدي الآخر يرجع إلى ما يسمى "قوة الطرد المركزي" centrifugal force، وليس إلى أي جسم. ولكن في الإطار المرجعي "للسكون المطلق" absolute rest، أو إذا شئت، من نقطة مراقبة الشمس، لا توجد قوة ضرورية لتفسير الانتفاخ المدي الآخر؛ فهو ببساطة تأثير للقصور الذاتي: فالأرض والقمر يدوران حول مركز جاذبيتهما المشترك، ويميل الماء المتحرك إلى التحرك في خطٍ مستقيم بعيدًا عن الأرض. وهذا لا يعني أن هذه القوة التخيلية لا تترتب عليها نتائج حقيقية (2).

اقترح شتاينر إعادة وصف الظاهرة ما بدلًا من رفضها، مقدمًا مثالًا على ذلك؛ ففي عام 1903 كتب "ألبرت أينشتاين" Albert Einstein (1879-1955) رسالةً إلى جمعية الفيزياء في كليفلاند قال فيها:

"ما قادني بشكلٍ مباشرٍ إلى نظرية النسبية الخاصة هو اقتناعي بأن القوة الدافعة الكهربائية المؤثرة على جسمٍ متحركٍ في مجالٍ مغناطيسي ليست سوى مجالٍ كهربائي". ورأى أن ما يعنيه أينشتاين من خلال النظر في مثالٍ بسيطٍ: أن السلك الذي يحمل تيارًا كهربائيًا يمارس قوةً مغناطيسية على شحنةٍ متحركة. لنفترض أن لدينا تيارًا من الشحنات الموجبة المتحركة بسرعة "ع" في سلكٍ محايدٍ طويل، وشحنة اختبار موجبة متحركة، على مسافة "ف" بعيدًا عن السلك، تتحرك في الاتجاه نفسه، بسرعة "ع" أيضًا. يمارس السلك جاذبية مغناطيسية على شحنة الاختبار. لا يمارس السلك أي قوة

(1) Steiner, Mark. Explaining and Explaining Away in Mathematics: The Role of "Fitness", P.11.

(2) Loc.Cit.

كهربائية على الشحنة؛ لأن السلك يحتوي على شحنات سالبة أيضًا، يمكننا أن نفترض أنه محايد ونفترض أيضًا أن الشحنات السالبة ثابتة، لكن لنفترض أننا نجلس على شحنة الاختبار هذه، وأن كل الشحنات الموجبة في السلك وكذلك شحنة الاختبار ثابتة في هذا "الإطار". يُرى أن الشحنات السالبة في السلك تتحرك "للخلف" - لكنها تبدو أقرب إلى بعضها البعض مما كانت عليه في "المختبر" بسبب انكماش "هندريك لورنتز" Hendrik Lorentz (١٨٥٣-١٩٢٨). بعبارة أخرى، من وجهة نظر شحنة الاختبار الموجبة؛ فإن السلك ليس محايدًا، ولكنه يحمل شحنة سالبة صافية، والتي تمارس قوة كهربائية (كولوم) *Coulomb على جسيم الاختبار. وبعبارة أخرى، لقد "فسرنا" القوة المغناطيسية الغريبة، تمامًا كما قال أينشتاين في الملاحظة المقتبسة أعلاه: ما يبدو وكأنه مجال مغناطيسي، هو في الواقع المجال الكهربائي كولوم الذي لوحظ من إطار مرجعي (قصور ذاتي) مختلف.

ومع ذلك؛ فإن هذا المثال المحدد صعب بعض الشيء؛ فهناك إعدادات لا يمكننا فيها التخلص من المجال المغناطيسي في أي إطار مرجعي. خذ على سبيل المثال سلكين محايدين متوازيين بتيارات متساوية يتحركان في الاتجاه نفسه، بسبب حركة الشحنات السالبة.

يجذب السلكان بعضهما البعض مغناطيسيًا، وفقًا لنظرية الكهرومغناطيسية ما قبل النسبية. دعونا نحاول تفسير ذلك. إذا جلسنا على أحد الإلكترونات (كما كان يتخيل أينشتاين) فإننا نرى جميع الإلكترونات في كلا السلكين ثابتة، والأيونات الموجبة تتحرك "للخلف". كما في السابق، من هذا المنظور، يتم إنتاج كثافة شحنة موجبة في الأسلاك (من الإطار المرجعي للإلكترون الذي نجلس عليه). وبالتالي فإن الإلكترونات في كل سلك تتجذب إلى الأيونات الموجبة في السلك الآخر^(١).

ولكن هنا يمكننا أن نسأل: من وجهة نظر الإلكترونات، لماذا لا تتنافر الأيونات الموجبة في كل سلك أيضًا؛ أي لماذا لا تتنافر الأسلاك بفعل قوى كولوم؟ والإجابة هي أنه في الإطار المرجعي للإلكترونات، تجذب الشحنات الموجبة المتحركة بعضها البعض أيضًا - بالمغناطيسية! تلغي هاتان القوتان بعضهما البعض؛ لذا فإن ما يبقى ببساطة هو جاذبية كولوم للإلكترونات كل سلك بواسطة الأيونات الموجبة في السلك المقابل^(٢).

رأى شتاينر من المثال السابق أنه قد تم تفسير المغناطيسية على أنها شيء غير منطقي، ولكننا كنا بحاجة إلى المغناطيسية للقيام بذلك! لا يبدو من الصحيح أن نقول "إن المغناطيسية هي وهم كشفته النسبية الخاصة".

*الكولوم: وحدة الكمية الكهربائية، وتساوي كمية الكهرباء في ثانية واحدة من تيار بقوة أمبير واحد.

<https://altibbi.com>.

(١)Ibid,PP.11-12.

(٢)Ibid,PP.12-13.

لذا، يعتقد أن أفضل طريقة لوصف هذا الموقف هي من حيث "اللياقة": لشرح المغناطيسية، أن نعيد وصفها على أنها كهرياء كما نراها من إطارٍ مرجعي آخر بالقصور الذاتي، عند تغيير الإطارات المرجعية، وبالتالي ضبط قوة مغناطيسية واحدة على الصفر، قد نقدم قوى أخرى، لكن النسبية الخاصة تسمح لنا بتجنب افتراض أي أساسٍ فيزيائي لهذه القوى بخلاف صورة جسيم نقطي يمارس القوة النيوتونية الكلاسيكية على جسيم نقطي آخر، على طول خط يربط بين الاثنين^(١). ويظهر برهان شتاينر التفسيري للقضية بعد ذلك كيف تعتمد القضية على خاصية مميزة لشيء ما يظهر فيها^(٢).

يقول إرنست ناجل Ernest Nagel (١٩٠١-١٩٨٥)، في الفصل السادس من كتابه "بنية العلم": إن أحد معايير الواقع المادي المستخدمة في بعض الأحيان هو أن المصطلح الذي يشير إلى أي شيء حقيقي ماديًا يجب أن يدخل في أكثر من قانونٍ تجريبي، بشرط أن تكون القوانين مستقلة منطقيًا عن بعضها البعض، وألا يكون أي منها معادلًا منطقيًا لمجموعة من قانونين أو أكثر. ومن الواضح أن هذا المطلب يمكن تعزيزه من خلال المطالبة بوجود عدد كبير من هذه القوانين التجريبية. والأساس المنطقي لهذا المطلب هو وصف الأشياء التي يمكن تحديدها بطرق مختلفة عن الإجراءات المستخدمة لتعريف هذه الأشياء وبصورةٍ مستقلة عنها بأنها حقيقية ماديًا. على سبيل المثال، يظهر مقدار قوة الجاذبية للأرض على جسم ما باعتباره "الثابت" في قانون "جاليليو جاليلي" Galileo Galilei (١١٥٦٤-١٦٤٢) للسقوط الحر للأجسام^(٣).

إن "الاستقلال" هنا لا يعني "الاستقلال المنطقي"؛ فمثل هذا التفسير من شأنه أن يسمح بوجود العديد من الحقائق. ليس لدي تحليل للمفهوم في الوقت الحالي، ولكن يبدو من الواضح أننا نقسم البحث إلى فئات، ونظريات، و"نماذج"، وما إلى ذلك. إن الكلية لها حدودها. ويمكن رؤية ذلك من خلال الإشادة التي نغدها على أولئك الذين يوحّدون النظريات التي كانت تعتبر مستقلة حتى الآن "البصريّات والكهرومغناطيسية، والديناميكا الحرارية والميكانيكا الإحصائية". إن المفاهيم المستخدمة في نظريات المجال متميزة ومختلفة تمامًا عن تلك المستخدمة في ميكانيكا الجسيمات. ومن المنطقي في بعض الأحيان على الأقل أن نقول إن نظريتين مستقلتين مفاهيميًا^(٤).

^(١)Ibid,P.13.

^(٢)Arana,Andrew.Op.Cit.,P.30.

^(٣)Steiner.Mark.Mathematical Realism.Nous,Vol.17,No.3(September 1983):383-395,1983,P.367.

^(٤)Ibid,P.369.

ب- القوانين وإعادة التطبيع renormalization :

إن الحلول الممكنة فيزيائياً هي تلك التي تتوافق مع قوانين الفيزياء الأخرى: وبالتالي فإن الحل الرياضي الذي يمنح طاقة لا نهائية لجسيم، يحتاج إلى "إعادة التطبيع"؛ لأننا نعلم أن هذا مستحيل فيزيائياً. وعلى النقيض من ذلك، نستبعد أحياناً الحلول الممكنة فيزيائياً لأسباب غير قانونية. إن المثال الجيد على هذا النوع من الاستبعاد (وخاصةً في ضوء أمثلة شتاينر) هو وجهة نظرنا بشأن العملية السببية التي تتطوي عليها وجود موجات متحدة المركز في مركز البركة؛ فنحن نستبعد دائماً تقريباً إمكانية أن تكون الموجات ناتجة عن اضطراب عند حدود البركة، لصالح الفرضية القائلة بأن الموجات ناتجة عن حصة سقطت في مركز البركة- وكلا العمليتين ممكنتان على قدم المساواة، بقدر ما يتعلق الأمر بالقانون الفيزيائي- ونحن نستبعد إحداهما ليس لأنها غير حقيقية من الناحية الفيزيائية، أي مستحيلة من الناحية الفيزيائية، بل لأنها غير محتملة⁽¹⁾.

زعم شتاينر أن فيزياء القرن العشرين، فضلاً عن انتهاكها للقطعية بالطرق التقليدية، قد أدخلت نوعاً جديداً مزعجاً من انتهاك القطعية، ألا وهو أن الفيزيائيين المعاصرين يستخدمون منطقاً رياضياً زائفاً غير مدعوم بحجج معقولة - ومع ذلك يحصلون على نتائج جيدة!- وبعبارة أخرى؛ فإن المعالجات الرمزية التي يقوم بها الفيزيائيون المعاصرون لا تحمل سوى تشابه شكلي مع الرياضيات، ويعني بـ"التشابه الشكلي" formal analogy هنا أن التشبيه يكون في تركيب التعبيرات الرياضية وليس في محتواها⁽²⁾.

كما قدم شتاينر أمثلة على الأدوات الرياضية التي يستخدمها علماء الفيزياء في الوقت الحاضر والتي لا تزال تقتصر إلى أساس رياضي بحت متسق؛ فعلى سبيل المثال تستخدم نظرية المجال الكمومي تكاملاً يسمى تكامل "ريتشارد فاينمان" Richard Feynman (1918-1988)، والذي على عكس أي تكامل في الرياضيات البحتة، يتم أخذه على مساحة ذات أبعاد لا نهائية. وكما أوضح شتاينر، لم يتم التوصل بعد إلى نظرية عامة نقية pure theory لمثل هذا التكامل. هناك أداة أخرى من هذا القبيل تستخدم في الديناميكا الكهربائية الكمومية تسمى "إعادة التطبيع" في هذه الأمثلة؛ فإن الأدوات الشبيهة بالرياضيات التي تستخدمها النظرية العلمية مدفوعة باعتبارها فيزيائية تجعلها منطقية بالنظر إلى التفسير الفيزيائي. وعلى القدر نفسه من الأهمية، تصف هذه التقنيات الظواهر الفيزيائية وتنبأ بها بدقة. ومع ذلك؛ فإن ما ينقص هو نظرية نقية مقابلة تكون فيها التقنيات منطقية. في سياق النظريات

(1)Rosenberg,Alexander.Op.Cit,PP.344-345.

(2)Steiner.Mark.Mathematical Rigor Physics.in Michael Detlefsen (ed.),Proof and Knowledge in Mathematics. New York: Routledge,1992,P.97.

الرياضية البحتة، تكون هذه التقنيات منطقية بقدر "القسمة على الصفر". إذا تم إعطاء هذه التقنيات أساساً رياضياً بحثاً، فسوف ننتقل من النظرية العلمية الرياضية إلى النظرية الرياضية البحتة بشكلٍ كامل⁽¹⁾.

إن هدف شتاينر هنا توضيح مفهوم الواقع المستخدم في العلوم الطبيعية، هو إظهار أنه يمكن القول أحياناً أن الكيانات الرياضية حقيقية بالمعنى نفسه تماماً⁽²⁾. لذلك سننتقل إلى موقفه من الرياضيات.

٣- التفسير الرياضي:

يحظى التفسير الرياضي باهتمام كبير في فلسفة الرياضيات في العصر الحديث، ويعتقد كثيرون أن السؤال حول ما إذا كانت الرياضيات قادرة على لعب دور تفسيري في العلوم التجريبية هو المفتاح لإحراز تقدم في المناقشة حول الواقعية في مقابل مناهضة الواقعية في فلسفة الرياضيات، كما أن الأسئلة المتعلقة بالتفسير في الرياضيات مثيرة للاهتمام ومهمة لتطوير تفسير عام للتفسير، وفي سلسلة من الأوراق البحثية الرائدة حدد شتاينر الكثير من موضوعات المناقشات الحديثة حول التفسير الرياضي، والتي أدت إلى تعزيز التفسير الرياضي كموضوع مركزي في فلسفة الرياضيات⁽³⁾.

ويعود موضوع التفسير في الرياضيات إلى العصور القديمة؛ فعلى سبيل المثال، نجد عند أرسطو التمييز بين براهين الحقائق وبراهين الحقائق المعقولة؛ بمعنى التمييز بين البرهان (المجرد) والبرهان التفسيري لنتيجة رياضية معينة. وعلى الرغم من استمرار المناقشات الفلسفية حول التفسير الرياضي، فقد تم إسقاط الموضوع إلى حد كبير من الأجندة الفلسفية أغلب فترات القرن العشرين، ومع ذلك؛ فقد أعاد إليه مارك شتاينر أهميته في ثلاثة أبحاث نُشرت بين عامي ١٩٧٨ و ١٩٨٣، استكشف خلالها الارتباطات بين التفسير في العلوم والرياضيات على وجه الخصوص، والواقعية الرياضية⁽⁴⁾.

وقد عمل شتاينر مثل أرسطو على تحليل التفسير بمصطلحاتٍ جوهرية قائلاً: "تستغل وجهة نظري فكرة مفادها أنه لتفسير سلوك كيانٍ ما، يستنتج المرء السلوك من جوهر أو طبيعة الكيان". وباعتبار الجوهر يتضمن أشكالاً غير متاحة في الرياضيات، يستبدل شتاينر هذه الأشكال بمفهوم "خاصية مميزة characterizing property... يعني بها خاصية فريدة لكيان أو بنية معينة ضمن

(1) Peressini, Anthony. "Applying Pure Mathematics" Philosophy of Science, Vol. 66, 1999, pp. S1-13. JSTOR, <http://www.jstor.org/stable/188757>. Accessed 28 Sept, 2024, P. s8.

(2) Steiner, Mark. **Mathematical Realism**, P. 269.

(3) Colyvan, Mark & Resnik D. Michael. **Explanation and Realism: Interwoven Themes in the Philosophy of Mathematics**. in *Mathematical Knowledge, Objects and Applications, Essays in Memory of Mark Steiner*, Edited by, Carl J. Posy • Yemima Ben Menahem, under exclusive license to Springer Nature Switzerland AG 2023, corrected publication, 2023, P. 41.

(4) *Ibid*, P. 41.

عائلة أو مجال من هذه الكيانات البنوية". على سبيل المثال، قدم الخاصية التي مفادها أن المثلث القائم هو المثلث الوحيد القابل للتحلل إلى مثلثين متشابهين مع بعضهما البعض ومع المثلث بأكمله⁽¹⁾. هذا البرهان الذي قدمه شتاينر تفسيري؛ لأنه يستخدم خاصية مميزة للمثلثات القائمة الزاوية. ولإظهار اعتماد البرهان على هذه الخاصية، يلاحظ شتاينر أنه إذا بدأنا بمثلث غير قائم الزاوية وحللناه كما سبق إلى مثلثين متشابهين يشبهان المثلث بالكامل، فسيتبقى جزء. لاحظ شتاينر أنه بإيجاد مساحة هذا الجزء الباقي، تُظهر التقنية نفسها أن ج تربيع يساوي أ زائد ب ناقص ٢ جيب التمام العلوي ج ج ٢ = ٢أ + ٢ب - ٢أب ج ج ج، حيث ج هي الزاوية المقابلة ج. هذا هو قانون جيوب التمام، وهو تعميم لمبرهنة فيثاغورس (Pythagoras) (٥٧٠-٤٩٥ ق.م) التي عادةً ما يتم إثباتها باستخدام مبرهنة فيثاغورس. وهكذا يكون لدينا معلومات دقيقة عن كيفية إنتاج تعديل المثلث المُعطى لمبرهنة جديدة. ويمكن تفكيح الخاصية المميزة للمثلث القائم الزاوية المُقدمة أعلاه، وهي أن المثلثات القائمة الزاوية هي المثلثات الوحيدة القابلة للتحلل إلى مثلثين متشابهين مع بعضهما البعض ومع المثلث بأكمله، لتحديد المثلثات القائمة الزاوية على أنها تلك التي يتطابق فيها الضلعان س و ص في المثلث الباقي. أما بالنسبة إلى المثلث غير قائم الزاوية؛ فيمكن استخدام هذه الخاصية المميزة في البرهنة على الحالة الخاصة لقانون جيوب التمام المنطبق على هذا المثلث، وبذلك نحصل على التعديل المطلوب للبرهان الأصلي لمثلث فيثاغورس، باستخدام الخاصية المميزة الأصلية، إلى براهين على المبرهنات الناتجة عن مختلف المثلثات غير قائمة الزاوية، باستخدام الخاصية المميزة الأكثر عمومية⁽²⁾.

وقد لاحظ شتاينر استخدام التحليل المركب في البراهين حول المعادلات ذات القيم الحقيقية ونظرية الأعداد، واستخدام الطوبولوجيا في إثبات مبرهنة إقليدس حول الأجسام الأفلاطونية. لذلك سنجد أن التفسير الرياضي عنده يشمل عدة صور منها:

أولاً: التفسير الرياضي واللباقة:

بدأ شتاينر حديثه عن فلسفة الرياضيات بعرضه لفلسفة الرياضيات عند "ستيوارت شابيرو" Stewart Shapiro* (١٩٥١ -)، والتي مفادها أن الرياضيات تتعامل مع البناءات Structures وليس مع الأشياء Objeets، قائلاً:

(1) Arana, Andrew. Op. Cit, P.30.

(2) Ibid, P.31.

* ستيوارت شابيرو: فيلسوف وأستاذ جامعي أمريكي، ولد في ١٥ يونيو ١٩٥١ في الولايات المتحدة، أستاذ الفلسفة في جامعة ولاية أوهايو وأستاذ زائر متميز في جامعة كونيتيكت، وهو شخصية بارزة في فلسفة الرياضيات حيث يدافع عن التنوع المجرد للبنوية.

"البنوية Structuralism هي عقيدة في فلسفة الرياضيات، ولكنها مثل العديد من العقائد المماثلة، مستوحاة من تاريخ الرياضيات نفسه. وابتداءً من القرن التاسع عشر، حوّل علماء الرياضيات اهتمامهم من الأشياء الرياضية المحددة وبدأوا في دراسة البناءات. وهذا بطبيعة الحال لا يعني أن علماء الرياضيات قد بدأوا يعتقدون أنه لا توجد أشياء رياضية، وأن هناك بناءات رياضية فقط، وإنما على العكس من ذلك، ربما اعتقدوا أن الدراسة المباشرة للأشياء أصبحت صعبة للغاية، وأن دراسة الأشياء لا يمكن إحراز تقدم ملموس فيها إلا من خلال تجريدها إلى بناءات، أو ربما فقدوا ببساطة الاهتمام بالأشياء، حتى يأتي الوقت الذي يتم فيه اكتشاف شيء جديد"⁽¹⁾.

وفي ملخص بحثه الصادر عام ١٩٧٨ بعنوان "التفسير الرياضي"، قام شتاينر بتحديث الفكرة الأرسطية القائلة بأن تفسير عبارة رياضية ما، يعني استنتاجها من جوهر الكيانات التي تمثلها هذه العبارة، وذلك باستبدال الحديث عن الجواهر بالحديث عن "خصائص التوصيف" characterizing properties⁽²⁾.

وأكد على هذا الجانب من التفسير عند تطبيق مفهوم "اللياقة" أو الملاءمة الذي وضعته مانيا رامن* Manya Raman في الرياضيات. وأنه في هذا النوع من التفسير، "يعيد وصف الأشياء والظواهر الرياضية ثم "يلائمها" بصيغ رياضية مختلفة عن الصيغ التي قُدِّمت فيها في الأصل". ومن أجل القيام بذلك، "بدأ ببرهان لا يتناسب مع محيطه الظاهري، لكنه وجد بعد ذلك المبرهنة المناسبة التي تلائم النظرية". وسمح له هذا التحول في السياق "بتفسير" المبرهنة كما فهمها في الأصل، من خلال ملاءمتها في سياق يمكن فيه رؤية أسباب المبرهنة بشكل صحيح⁽³⁾.

وأكد شتاينر أن الفلاسفة يمكنهم الاستفادة كثيراً من مفهوم "اللياقة" في الرياضيات قائلاً: ما إذا كانت "اللياقة" و"الجمال" هما الشيء نفسه في الرياضيات، فهذا شيء أشك فيه إلى حد ما⁽⁴⁾. كما وصف عالم الرياضيات بأنه أقرب إلى الفنان، وهو ما دعاه إلى طرح التساؤل الآتي:

انظر: https://en.wikipedia.org/wiki/Stewart_Shapir.

(1) Steiner, Mark. "Review of 'Philosophy of Mathematics: Structure and Ontology', P.344.

(2) Arana, Andrew. **Purity and Explanation: Essentially Linked?** in *Mathematical Knowledge, Objects and Applications, Essays in Memory of Mark Steiner*, Edited by, Carl J. Posy • Yemima Ben-Menahem, under exclusive license to Springer Nature Switzerland AG 2023, corrected publication, 2023, P.25.

*مانيا رامن ساندستروم Manya Raman-Sundström: أستاذ مشارك في تعليم الرياضيات، جامعة أوميو بالسويد.

انظر: <https://scholar.google.se/citations?user=tqy5PFUAAAAJ&hl=en>.

(3) Arana, Andrew. **Op.Cit.**, P.34.

(4) Steiner, Mark. **Explaining and Explaining Away in Mathematics: The Role of "Fitness"**, P.13.

[كيف] يصل عالم الرياضيات - الأقرب إلى الفنان منه إلى المستكشف - بالابتعاد عن الطبيعة، إلى أوصافها الأكثر لياقة؟^(١).

ومما يدعم اعتقاد شتاينر أن الرياضي أقرب إلى الفنان أنه كان يعتقد دائماً أن الجمال معيار مهم لتحديد ماهية الرياضيات في المقام الأول، متسائلاً: لماذا الشطرنج لعبة ونظرية المجموعات رياضيات؟ ثم يجيب عن ذلك قائلاً: إنه لا يمكن للمرء أن يتجنب المعايير الجمالية في تقديم إجابة يتفق فيها معه "جورج هاردي" G. H. Hardy * (١٨٧٧-١٩٤٧) و"يوجين ويجنر" Eugene * Wigner (١٩٠٢-١٩٥٥)^(٢).

لماذا تعتبر الأساليب الرياضية التي وصفها شتاينر أقرب إلى أساليب الفنان منها إلى أساليب المستكشف؟

هناك وسيلة موثوقة للعثور على الرياضيات التي يتطلبها العلم، تتمثل في القضايا التي تكمن في قلب لغز ويجنر/شتاينر، والتي لا يتناولها "ويلارد كواين" W.Quine (١٩٠٨-٢٠٠٠)^(٣). يعد شتاينر أحد الفلاسفة القلائل الذين اهتموا بالأغاز ويجنر، وقد رأى أن هذه "الأغاز" تتوقف على ما تعنيه بـ "القابلية للتطبيق" عندما نتحدث عن تطبيق الرياضيات. وأكد أنه من المهم التمييز بين المعاني المختلفة لـ "القابلية للتطبيق"؛ لأن بعض الألغاز المرتبطة بها يمكن حلها بسهولة، في حين لا يمكن حل بعضها الآخر. على سبيل المثال، زعم شتاينر أن مشكلة قابلية التطبيق (الدالية) للنظريات الرياضية قد شرحها "فريجه" Frege (١٨٤٨-١٩٢٥) بشكل كافٍ من قبل، لكنه لم يتناول

(١)Colyvan,Mark. **The Miracle of Applied Mathematics**. Synthese 127: 265-277, Kluwer Academic Publishers. Printed in the Netherlands,2001,P.265.

* جورج هاردي: عالم رياضيات انجليزي ولد في ٧ فبراير ١٨٧٧ في كرانلي، سري، إنجلترا، وتوفي عام ١٩٤٧، وكان اسمه الأول جودفري هارولد، الذي لم يستخدمه قط، مفضلاً اسم جورج هارولد. ومثله كمثل أغلب علماء الرياضيات، أظهر هاردي مواهبه في سن مبكرة، حيث كان مهتماً بالأعداد والعوامل والأعداد الأولية، وهي الاهتمامات التي احتفظ بها طوال حياته المهنية. التحق بكلية ترينيتي في كامبريدج، موطن إسحاق نيوتن وجيمس كليرك ماكسويل، وعُرضت عليه زمالة ثم وظيفة تدريس. وفي عام ١٩١٠، وجد شريكاً في العمل هو جون إيدنسور ليتلود، وتعاون الاثنان في العديد من الأوراق البحثية الرياضية في السنوات اللاحقة. بعد الحرب العالمية الأولى، انتقل هاردي إلى أكسفورد ليصبح أستاذاً سافيلياً للهندسة، وهو الكرسي الموقر الذي شغله ذات يوم إدموند هالي. وقد طبعت محاضراته الافتتاحية، كما جرت العادة، قام هاردي بالتدريس في أكسفورد لمدة عشر سنوات، ثم عاد إلى كلية ترينيتي في كامبريدج عام ١٩٢٩، حيث أنهى حياته المهنية.

انظر: <https://www.lindahall.org/about/news/scientist-of-the-day/g-h-hardy>.

* يوجين ويجنر: فيزيائي أمريكي من أصل مجري، ولد في ١٧ نوفمبر ١٩٠٢ في بودابست في المجر في النمسا والمجر، وتوفي في ١ يناير ١٩٩٥ في برينستون في نيوجيرسي في الولايات المتحدة، فاز بجائزة نوبل للفيزياء عام ١٩٦٣ بالاشتراك مع الألماني الغربي جيه هاتز دي جنسن والأمريكي ماريا جوبرت ماير. حصل على الجائزة لمساهماته العديدة في الفيزياء النووية، والتي تشمل صياغته لقانون الحفاظ على التكافؤ.

انظر: <https://www.britannica.com/biography/Eugene-Wigner>.

(٢)Steiner,Mark. **Explaining and Explaining Away in Mathematics: The Role of "Fitness"**, P.13.

(٣)Colyvan,Mark. **Op. Cit.**, P.271.

مشكلة تفسير مدى لياقة المفاهيم الرياضية لوصف العالم المادي، وهي من الأمور التي لها أهمية خاصة في الحالات التي تلعب فيها الرياضيات دورًا حاسمًا في تقديم التوقعات. بالإضافة إلى أنه دافع عن نسخته الخاصة من أطروحة ويجنر. ووفقًا له؛ فإن اللغز لا يتلخص ببساطة في مدى ملاءمة الرياضيات بشكلٍ غير عادي لصياغة النظريات الفيزيائية، بل يتعلق أيضًا بالدور الذي تلعبه الرياضيات في اكتشاف هذه النظريات ذاتها. ويتطلب هذا على وجه الخصوص تفسيرًا يتفق مع منهجية الرياضيات، وهي المنهجية التي لا يبدو أنها تسترشد في كل منعطف باحتياجات الفيزياء⁽¹⁾.

هل الجمال واللياقة معًا يحددان ماهية الرياضيات؟

يعود شتاينر ويؤكد أن الجمال هو المعيار الوحيد الذي يجب أن نعتمد عليه في تحديد ماهية الرياضيات. لكنه كان على يقين من أن فئات مثل "الجمال" سوف تكون مفيدة في سعينا إلى تفسير التفسير الرياضي، ولكن الأمر ليس كذلك بالنسبة للياقة البدنية، التي اعتقد أنها تلعب دورًا كبيرًا هنا. ونوع التفسير الذي فكر فيه هو ذلك الذي نعيد فيه وصف "الأشياء" قيد الدراسة بطريقة أكثر لياقة من الوصف الواضح⁽²⁾.

إن المشكلة معرفية: لماذا تشكل الرياضيات، التي تم تطويرها في المقام الأول مع مراعاة الاعتبارات الجمالية، أهمية بالغة في اكتشاف أفضل نظرياتنا الفيزيائية وجملها؟ إذا ما وصفنا المشكلة على هذا النحو فقد تبدو وكأنها جانب واحد من مشكلة أكثر عمومية في فلسفة العلم هي مشكلة تبرير اللجوء إلى الاعتبارات الجمالية مثل البساطة والأناقة وما إلى ذلك. ولكن هذا ليس هو الحال؛ إذ يستعين العلماء وفلاسفة العلم بالاعتبارات الجمالية للمساعدة في اتخاذ القرار بين نظريتين متكافئتين تجريبيًا. وتلعب الجماليات دورًا أكثر حيرة في مشكلة ويجنر/شتاينر؛ حيث تتحمل الاعتبارات الجمالية إلى حد كبير مسؤولية تطوير النظريات الرياضية التي تلعب دورًا حاسمًا في اكتشاف أفضل نظرياتنا العلمية؛ حيث يتم اكتشاف الظواهر التجريبية الجديدة من خلال التناظر الرياضي mathematical analogy.

باختصار، لا يتم الاستناد إلى الاعتبارات الجمالية فقط لاتخاذ القرار بين النظريات المتكافئة تجريبيًا؛ بل يبدو أنها تشكل جزءًا لا يتجزأ من عملية الاكتشاف العلمي⁽³⁾.

(1) Ibid, PP.266-267.

(2) Steiner, Mark. Explaining and Explaining Away in Mathematics: The Role of "Fitness", P.14.

(3) Colyvan, Mark. Op. Cit. P.267.

إنه يرى الاستراتيجية التفسيرية، لإعادة وصف التفسير، و"لياقتة" مع صيغة تصويرية أخرى، في كل مجالٍ من مجالات الرياضيات. ويقدم مثالاً على ذلك من علم الجبر. إن "حلقة" الأعداد الصحيحة، z ، لها "خاصية التحليل إلى عوامل أولية". كل عدد صحيح يمكن تحليله كحاصل ضرب قوى الأعداد الأولية بطريقة واحدة فقط. وبالتالي فإن $20 = 2^2 \times 5$ بشكلٍ أولي. وبالمثل، لا يمكن لأي حاصل ضرب قوى أولية مختلفة أن يكون متساوياً^(١).

ثانياً: الواقعية الرياضية

تتضمن الواقعية الرياضية وجود كائنات رياضية مستقلة عن العقل البشري، تمامًا مثل الواقعية بصفة عامة، وبالتالي فإن البشر لم يخترعوا الرياضيات وإنما اكتشفوها، وبناءً على ذلك فإن هناك نوع واحد في الحقيقة من الرياضيات يمكن اكتشافه؛ فالمثلثات على سبيل المثال كائنات رياضية واقعية وليست من ابتكار العقل البشري، وهناك عددٌ كبيرٌ من الرياضيين الواقعيين مثل "كورت جودل" Kurt Godel (١٩٠٦-١٩٧٨)، وغيره قد اعتبروا أنفسهم من مكتشفي الأشياء الموجودة في الطبيعة؛ فقد اعتقد جودل أن الواقعية والموضوعية للرياضيات يمكن إدراكها بشكلٍ مناظر للطريقة التي تستوعب بها الحواس^(٢).

وقد عبر شتاينر عن الواقعية عند "هيلاري بتنام" Hilary Putnam (١٩٢٦-٢٠١٦) على هذا النحو: "... الواقعية هي الفلسفة الوحيدة التي لا تجعل من نجاح (الرياضيات) معجزة". وتذهب حجته، بمزيد من التفصيل، إلى ما يلي:

إن بناء مجموعة من المعارف الرياضية المفصلة بدقة والتي تتمتع بتقليدٍ طويل من حل المشكلات بنجاح يعد إنجازاً اجتماعياً رائعاً حقاً... ففي الرياضيات لدينا (كما نعتقد) بنية متماسكة - متماسكة على الرغم من حقيقة مفادها أن أي علم آخر غير الرياضيات لا يتعامل مع مثل هذه السلاسل الاستنتاجية الطويلة القاطعة كما تفعل الرياضيات (وبالتالي فإن خطر اكتشاف التناقض، إذا كان موجوداً، أعلى بشكلٍ لا يقاس في الرياضيات منه في أي علمٍ آخر) وعلى الرغم من حقيقة مفادها أن الرياضيات تتعامل مع مثل هذه البناءات المعقدة اللانهائية، والتي نعلم من عمل جودل أنه لا أمل في إثبات التناسق النهائي. وإذا لم يكن هناك تفسير يمكن أن تكون الرياضيات بموجبه صحيحة، وإذا كنا في واقع الأمر نكتب فقط مجرد سلاسل من الرموز عشوائياً، أو حتى عن طريق التجربة والخطأ، فما هي احتمالات أن تكون نظريتنا متماسكة، ناهيك عن كونها خصبة رياضياً؟

(١) Steiner, Mark. Explaining and Explaining Away in Mathematics: The Role of "Fitness", P.16.

(٢) محمد أمين المفتي: عن فلسفة الرياضيات، مجلة تربويات الرياضيات، الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات، المجلد (٢٤)، العدد (٩)، يوليو، القاهرة، ٢٠٢١، ص ١٣.

إن **بنّام** يرى إذن خيارين اثنين فقط: (أ) الواقعية و (ب) اللاواقعية، ولكن وفقاً لهذا الخيار فإن الخصوبة الرياضية تشكل "معجزة". وفي ظل هذه الظروف فإن البديل الأول (أ) ينبغي تبنّيه. ولا يذهب **بنّام** إلى حدّ الزعم بأن الواقعية تفسر الخصوبة الرياضية، لكنه يشير ضمناً إلى أن "احتمالات" الخصوبة الرياضية في الفرضية الواقعية أعظم كثيراً من احتمالاتها في الفرضية اللاواقعية⁽¹⁾.

وقد طرحت "جىلا شير" Gila Sher في دراسة لها عن شتاينر التساؤلات الآتية:

- أ- هل للعالم المادي سمات أو مكونات رياضية أو صورية، وما هي طبيعة هذه المكونات؟
ب- كيف يمكن للارتباطات التي يرسمها البشر أن توفر أساساً سليماً لاكتشاف الظواهر الطبيعية، وخاصة القوانين الفيزيائية؟
ج- من بين جميع الارتباطات، كيف تكون تلك التي نرسمها مواتيةً لتكوين تخمينات صحيحة حول العالم المادي؟ لماذا، على وجه الخصوص، يعد استخدام الرياضيات في الفيزياء مثمراً للغاية؟
د- كيف نفسر بشكلٍ عام "التطابق" correspondence ... بين الدماغ البشري [العقل] والعالم المادي ككل؟

وأجابت على هذه التساؤلات قائلةً: أنها بعض الطرق التي صاغ بها شتاينر السؤال الفلسفي الكلاسيكي: كيف يمكن للبشر، الذين لا يستطيعون "رؤية" الأشياء إلا من خلال منظور تفكيرهم الخاص، أن يصلوا إلى معرفة العالم؟

وقد كانت إجابتها على ما جميع ما تقدم أن السؤال المعرفي ذي الصلة يتعلق بقدرة البشر المعرفية على الوصول إلى البنية الشكلية للعالم المادي⁽²⁾.

في حين قال شتاينر أن العديد من علماء الفيزياء العظماء قد أعربوا عن دهشتهم من إمكانية تطبيق الرياضيات على الفيزياء؛ حيث يقول "يوجين ويجنر": "إن معجزة ملاءمة لغة الرياضيات لصياغة قوانين الفيزياء هي هدية رائعة لا نفهمها ولا نستحقها".

لا يمكن للمرء أن يهرب من الشعور بأن هذه الصيغ الرياضية لها وجودٌ مستقلّ وذكاءٌ خاص بها، وأنها أكثر حكمة منا، وأكثر حكمة حتى من مكتشفيها، وأنها نحصل منها على أكثر مما تم استثماره فيها في الأصل⁽³⁾.

إن الواقع المعرفي للأشياء الرياضية ينشأ من تمييز شتاينر بين الوجود المجرد (بالمعنى الذي قصده كواين بأنه قيمةٌ لمتغير)، وبين تمييزه لنوعين من الواقع (الوجودي، والمعرفي)؛ لأنه لا يستشهد

⁽¹⁾Steiner.Mark.Mathematical Realism,P.374.

⁽²⁾Gila Sher.Op.Cit,P.301.

⁽³⁾Steiner.Mark.The Applicabilities of Mathematics.Philosophia Mathematica,(3) Vol. 3,pp. 129-156,1995,P.129.

بمعادلة "ليونارد أويلر" *L. Euler (1707-1783) فيما يتعلق بواقعها المعرفي فحسب، بل إنه يكرس أيضًا معظم مناقشته لهذا الموضوع.

لذلك يقول: إن الشيء يكون حقيقيًا بالمعنى المعرفي إذا كانت له أوصافٌ مستقلة، وهذا يعني في الرياضيات وجود وصفين مختلفين للشيء وبرهانٌ على أن هذين الوصفين مشتركان مرجعيًا، لكن لا يوجد دليلٌ تفسيري على أنهما كذلك⁽¹⁾.

من ثم يجب الإشارة إلى الوجود المعرفي الرياضي الذي قال به شتاينر، والذي نجده في عدة صور منها:

أ- النهج الديكارتي:

تأثر شتاينر في منهجه عن المعرفة الرياضية بمنهج الشك الديكارتي كما نرى من كتاباته التي يقول فيها: "أن ديكارت" Descartes (1596-1650) في التأمّلات الستة الأولى - وهي واحدة من أشهر المقاطع الفلسفية الشهيرة - يدعي "أنه أثبت استنتاجًا متشككًا بشأن الحواس من خلال القول بأن الحواس ذاتها التي تبدو وكأنها تؤكد وجود عالمٍ "خارجي" ناجمة عن حلم:

أنا رجلٌ، و... وبالتالي فإن من عادتي أن أنام وأنا أتخيل الأشياء نفسها أو أشياء أقل احتمالًا في بعض الأحيان، مما يفعله المجانين في لحظاتهم.. فكم مرة حدث لي أن وجدت نفسي في الليل في هذا المكان بالذات؛ حيث كنت أردي ثيابي وأجلس إلى النار، بينما كنت في الواقع مستلقيًا في الفراش عاري الثياب! عند هذا يبدو لي حقًا أنني أقرأ هذه الورقة بعينين يقظتين؛ وأن هذا الرأس الذي أحركه ليس نائمًا، وأن ما أمد يدي إليه لغرضٍ محدد وأدرك أنه يحدث في النوم لا يبدو واضحًا ولا مميزًا كما يبدو، ولكنني عند التفكير في هذا أذكر نفسي أنني في مناسباتٍ عديدة أثناء النوم قد خُذعت بأوهامٍ مماثلة، وعند التفكير بعناية في هذا التأمل أرى بوضوح أنه لا توجد دلائلٌ معينة نستطيع أن نميز من خلالها بوضوح بين اليقظة والنوم في دهشة..."

* أكد "أويلر" وضوح بناء معادلات التفاضل عن طريق فصل المتغيرات، ومنذ هذا الوقت أصبحت جميع بناءات المعادلات التفاضلية ترتبط بفصل المتغيرات، كما قام بربط التصور الهندسي بالحساب، محاولاً تحسين وتعميم بناء المعادلات المختلفة في بداية الأمر. فقام بتطوير برنامج التحليلي ليتضح منه مدى اهتمامه بمثل هذه البناءات، وعندما قدّم معالجة لحساب التكامل ذكر مصطلح هندسة البناءات للإشارة إلى أن حل المعادلات المحددة يعبر عنه الشكل التكاملي، لكنه لم يصور التحليل باعتباره شيئاً مستقلاً. فكان تصويره الرياضي بمثابة أداة لحل مشكلات الهندسة، مما ترتب عليه اقتراح علاقات بين الكميات الهندسية تنشأ عن معاني التعبيرات التحليلية، اعتبرت هذه العلاقات بمثابة نسخ حديثة لمنهج التحليل الكلاسيكي في التطبيق الرياضي.
انظر:

Capobianco, Giovanni & Rosaria Enea, Maria. *Geometry and Analysis in Euler's Integral Calculus*. Springer, published on line, 12 May, 2016, PP.3-4.

(¹) Resnik, Michael D. & David Kushner. "Explanation, Independence and Realism in Mathematics." *The British Journal for the Philosophy of Science*, vol. 38, no. 2, 1987, pp. 141-58. JSTOR, <http://www.jstor.org/stable/687045>. Accessed 22 Sept. 2024, P.141.

الآن لنفترض أننا نائمون وأن كل هذه التفاصيل، مثل أن نفتح أعيننا، أو نهز رؤوسنا، أو نمد أيدينا، وما إلى ذلك، ليست سوى أوهامٍ كاذبة؛ ولنتأمل أنه من المحتمل ألا تكون أيدينا أو أجسادنا بالكامل كما تبدو. يواصل ديكارت القول بأن حجته تترك المعرفة الهندسية سليمة، وهو أمرٌ ممكنٌ حتى في أحلام المرء؛ لكنه يعتقد أن الحجة تمكنه من استنتاج أنه لا يعرف أنه جالسٌ بجوار النار^(١). ويعوض عن هذه الفكرة بقضايا المنطق الرمزي الآتية:

(١) - ك (س).

للوصول إلى هذه النتيجة، يؤكد ديكارت على المقدمتين التاليتين:

(٢) د ← ك (س).

("إذا كنت أحلم، إذن لا أعرف أنني جالس)، و

(٣) - ك (د).

(لا أعرف أنني لا أحلم).

إن القضية (٢) هي أضعف تفسير لادعاء ديكارت بأننا إذا نمنا؛ فإن التفاصيل الجسدية تكون "أوهامٌ كاذبة" وأن "من المحتمل ألا تكون أيدينا أو أجسادنا بالكامل كما تبدو لنا". إن أساس هذا الادعاء هو طبيعة الحلم ذاتها، حتى لو كان ديكارت يحلم أنه مستقلٌ على السرير؛ فإنه لا يُنسب إليه معرفة هذه الحقيقة^(٢).

زعم شتاينر في كتابه "الشكوكية الديكارتية والمنطق المعرفي" أنه حتى إذا رُفِضَ مبدأ:

ك(س) ← ك(س)؛ فإن المبادئ الأضعف والأكثر معقولة تسمح باستنتاج حجة ديكارت من

الشكوكية القائمة على الأحلام. وتستمد أسبابها في التشكيك في مبدأ "ياكو هينتيكا" Hintikka Jaakko (١٩٢٩-٢٠١٥)* من نظرية المعرفة السببية^(٣).

(١) Steiner, Mark. *Cartesian Scepticism and Epistemic Logic*, PP.38-39.

(٢) *Ibid*, P.39.

* ياكو هينتيكا Jaakko. Hintikka: فيلسوف ومنطقي فنلندي، اشتهر بإسهاماته في عدة مجالات مختلفة مثل فلسفة الرياضيات، الأبيستمولوجيا، فلسفة العلم، فلسفة اللغة والميتافيزيقا وفلسفة المنطق. ومن أبرز إنجازاته اشتغاله بتطوير مخطط علم سيمانطقي نظري فئوي خاص بالمعرفة و الاعتقاد، بالإضافة إلى تطويره ما يسمى بعلم دلالة الإدراك الحسي. كما ساهم بشكل بارز في تاريخ الفلسفة بأعماله الأصيلة عن أرسطو وكانط وفتجنشتين. انظر: محمد مصطفى حجازي: *فلسفة اللغة والمنطق عند سول كريبيك*، رسالة دكتوراه غير منشورة، إشراف د. علي حنفي محمود، د. إبراهيم طلبة عبدالخالق، طنطا، ٢٠١٢، ص ٣٥.

(٣) David Gordon. *Steiner on Cartesian skepticism. Analysis*, Vol.39, Issue 4, October 1979, <https://doi.org/10.1093/analys/39.4.224>, P.224.

أكد شتاينر أنه بناءً على ملاحظة ديكارت "من الواضح" أنه لا توجد "مؤشرات مؤكدة" certain indications يمكننا من خلالها التمييز بين حالات اليقظة والنوم، نظرًا لقاعدته التي تنص على أنه لا ينبغي تأكيد أي شيء على أنه معروف ما لم يشير بالتأكيد إلى ذلك^(١).

تابع شتاينر النهج الديكارتي بالطريقة الرمزية قائلاً: لنأخذ (٢) على أنها بديهية و(٣) على أنها مثبتة بشكلٍ قاطع. الغرض مما يلي هو الاستفسار عن المقدمات الأخرى- إن وجدت- اللازمة لإثبات (١). إذا كان لدى ديكارت حجة لـ (٤) د "أنا أحلم".

الاستنتاج يتبعه إثبات المقدم modus ponens في (٢)، لكن ديكارت لا يدعي أنه يحلم، لكنه لا يستطيع التأكد من أنه لا يحلم، القضية (٣). ومع ذلك، بعكس (٢)، نحصل على (٥) ك (س) ← د،

وبموجب قاعدة الضرورة المعروفة في المنطق المعرفي

(٦) ك(ك) (س) ← ك (د)،

إذا أثبت المرء (س)، فإنه بذلك أثبت أنه يعرفها. وبموجب قاعدة أخرى من قواعد المنطق

المعرفي، نستنتج من هذا

(٧) ك (س) ← ك (د)^(٢).

إن مبادئ شتاينر الأضعف تقع ضحية للنوع نفسه من التحدي الذي يثيره لمبدأ هينتيكا. المبدأ الأقوى من مبادئ البديلين هو: "إذا كان من غير المنطقي التأكيد على ك (ق)؛ فمن غير المنطقي أيضاً التأكيد على ق"^(٣).

الآن لنفترض أننا افترضنا أن ديكارت لديه المبدأ "مبدأ- ك ك" الذي عند "هينتيكا"، على سبيل

المثال:

(٨) ك (س) ← ك ك (س).

حينئذٍ؛ من (٧) و(٨)،

(٩) ك (س) ← ك (د).

(١٠) ك (د) ← ك (س).

^(١)Steiner.Mark.The Applicabilities of Mathematics,P.39.

^(٢)Steiner.Mark.Cartesian Scepticism and Epistemic Logic,P.39.

^(٣)David Gordon.Op.Cit.P.224.

إذا تذكرنا أننا نقبل (جدلاً) ادعاء ديكارت بإثبات (3)، يمكننا الآن فصل (1) عن (10) عن طريق طريقة "إثبات المقدم". وهكذا، إلى جانب القضيتين (2) و (3)، يبدو أن حجة التأمل الأول ترتكز على مبدأ (ك ك -). بشكل غير صوري: أنا لا أعلم ما إذا كنت أحلم أم لا، لذلك لا أعلم يقيناً أنني أعلم أنني جالس هنا؛ لأنني لو كنت أعلم أنني أعلم ذلك لعلمت أنني لا أحلم. بما أنني لا أعرف أنني أعرف (أنني جالس)، إذا فأنا لا أعرف ذلك أيضاً، وفقاً لمبدأ هينتيكا⁽¹⁾.

يبدو أن المبدأ القوي الذي قدمه شتاينر غير متسق مع مثاله من نظرية السببية؛ حيث يحل الطالب مشكلة بشكل صحيح ولكنه لا يثق في نتائجه. وعلى الرغم من أن افتقار الطالب إلى الثقة في نتائجه يجعل من غير المنطقي أن يدعي أنه يعرف أن نتائجه صحيحة؛ فإنه ليس من غير المعقول بالنسبة له أن يقدم إجابة. إن المبدأ الأضعف القائل بأنه "إذا كان المرء ملتزماً بـ:

"- ك(ق)؛ فمن غير المنطقي بالنسبة له أن يؤكد على ق" لأنها تبدو مشكوكاً فيها أيضاً. لنفترض أن الطالب متأكد تماماً من افتقاره إلى الثقة في نتائجه؛ فما زال هذا لا يعني أنه من غير المنطقي أن يجيب عن سؤال الاختبار، ومن ثم يبدو أن شتاينر قد فشل في إثبات أنه من الممكن إدخال تعديلات على مبدأ هينتيكا ليتوافق مع النظرية السببية مع السماح بنسخة من نهج ديكارت⁽²⁾.

إذا كانت إعادة بنائنا لحجة ديكارت سليمة، فيمكن الرد عليها بسهولة بإنكار مبدأ "ك ك -". في الواقع، قد تكون هناك أسباب أخرى لإنكاره، فكما يشير "ديفيد شاتز" في النظرية السببية للمعرفة، فإن مبدأ ك ك - يحزر الاستدلال المشكوك فيه من

حقيقة أن ك(س) تسبب الاعتقاد بأن ك (س) بـ

حقيقة أن ك(س) تسبب الاعتقاد بأن ك (س)⁽³⁾.

وقد خلص شتاينر إلى أن تأكيد س غير معقول، وأنه استنتاج متشكك إلى حد كبير في الواقع. ومع ذلك، فهو يستند إلى مفهوم العقلانية الذي قد يكون موضع تساؤل؛ لأنه يفترض وجود سياق اجتماعي وبالتالي كذب التشكك، وفي غياب هذا التساؤل، فإن الطريقة الوحيدة لمحاربة الشكوكية - على ما يبدو له - هي مهاجمة (3) بشكل مباشر. إن التخلي عن مبدأ "ك ك" ليس بالأمر السهل⁽⁴⁾.

لقد خلص شتاينر أن ديكارت رغم منهجه التشككي وحججه التي صاغها، إلا أن هذا النهج يترك المعرفة الهندسية سليمة بلا شك.

⁽¹⁾Steiner.Mark. Cartesian Scepticism and Epistemic Logic, PP.39-40.

⁽²⁾David Gordon. Op.Cit, P.224.

⁽³⁾Steiner.Mark. Cartesian Scepticism and Epistemic Logic, PP.39-40.

⁽⁴⁾ Ibid, P.41.

إن ما يهدف إليه "شتاينر" هو إثبات حقيقة وجود كيانات رياضية معينة، وهو ما يعني أكثر من مجرد وجودها. ويقصد بالوجود مفهومًا يتفق مع الموقف الذي تبناه "ويلارد كواين" في كتابه "عن ما هو موجود" on What There Is⁽¹⁾.

وكان كواين قد اقترح نهجًا مختلفًا لمشكلة العقل والعالم، وإن كان بشكلٍ غير مباشر⁽²⁾. كما يُفهم عادةً أن أطروحة دوهيم-كواين* أطروحة سلبية، تركز على عدم تحديد النظريات العلمية من خلال الأدلة المتاحة⁽³⁾.

ب- التناظر والاستقلال الرياضي:

ميز شتاينر بين التناظر taxonomy والتماثل isomorphism الرياضي، وفي سياق حديثه عن التناظر ميز بين نوعين من التناظر أو التصنيف الذي يتكرر في استدلالات الباحثين الكبار

أولاً: التناظر:

ميز شتاينر بين نوعين من التناظر - كما أشرتُ- هما: التناظر "الفيثاغوري" Pythagorean، ب- والتناظر "الصوري" أو الشكلى formalist.

أ- "التناظر أو التصنيف "الفيثاغوري" في الزمن "ز" ... هو تناظر رياضي بين القوانين الفيزيائية (أو الأوصاف الأخرى) التي لا يمكن إعادة صياغتها في "ز" إلى لغةٍ غير رياضية". ب- "التناظر أو التصنيف "الصوري" ... [يعتمد] على بناء الجملة، أو حتى على لغة الإملاء، أو على تدوين النظريات الفيزيائية". ومع ذلك، فإن التناظر الصوري هو أيضًا رياضي في نهاية المطاف. لذلك يقول:

"إن الاستراتيجية التي انتهجها علماء الفيزياء ... لتخمين قوانين الطبيعة، كانت استراتيجية تصنيف فيثاغورس؛ فقد استخدموا العلاقات بين بناءات الرياضيات ... لصياغة التناظرات والتخمين وفقًا لتلك التناظرات- وقد نجحت هذه الاستراتيجية- وهذا لا يعني أن كل تخمين، أو حتى نسبة كبيرة

(1)Steiner Mark.Mathematical Realism,P.363.

(2)Gila Sher.Op.Cit,P.308.

* تُعرف هذه الأطروحة بالأطروحة التي تميز الكل holistic والتي تنطبق على فرض جزئي معين إذا كان هذا الفرض لا يمكن تفنيده بواسطة الملاحظة والتجربة حينما يتم تناوله بمفرده، ولكنه يمكن القيام بذلك فقط عندما يشكل جزءًا من مجموعة نظرية. والاختلافات بين أطروحتي "دوهيم" و"كواين" تتعلق بسلسلةٍ من الفروض تنطبق عليها الأطروحة ككل، وكذلك مدى "المجموعة النظرية" لفرض ما تنطبق عليه الأطروحة، كما أن "كواين" يوسع الأطروحة ككل لتشمل الرياضيات والمنطق، أما "دوهيم" فقد اعتقد أن الرياضيات والمنطق لهما صفة مختلفة تمامًا عن صفة الفيزياء.

انظر: دونالد جيليز: فلسفة العلم في القرن العشرين "أربعة موضوعات رئيسية"، ترجمة: د. حسين علي حسن، أم القرى للطباعة والنشر والتوزيع، القاهرة، ٢٠٠٧، صص ٢٤٧-٢٤٨.

(3)Gila Sher.Op.Cit,P.308.

من التخمينات، كان صحيحًا؛ فهذا لا يحدث أبدًا في أي إطار للتخمين. بل إن ما نجح هو الاستراتيجية الشاملة. ... فقد تم استخدام المعلومات التجريبية في الحالات الجديدة من خلال وسيلة التصنيف الرياضي. وهذا مجرد توضيح لنقطة **جاليليو**؛ ففي صياغة التخمينات، يسيطر على الفيزيائي قناعة (صريحة أو ضمنية) بأن اللغة النهائية للكون هي لغة عالم الرياضيات⁽¹⁾.

وقد اعتبر **شتاينر** نجاح هذه التناظرات الرياضية في الوصول إلى اكتشافات فيزيائية مؤثرًا جيدًا على هذه الدراسات. علاوةً على ذلك، فإن السمة الأساسية لهذه الاستراتيجيات هي مركزية الإنسان لأنها: (١) موجهة رياضيًا، و(٢) الرياضيات مركزية الإنسان، بمعنى أن المعايير المركزية للبشر حصريًا (وبشكل أكثر تحديدًا، الجمال والملاءمة *convenience*) هي التي تحكم القرارات بشأن ما يعد رياضيات. ومن ثم؛ فإن الرياضيات تتوسط في تطابقٍ رفيع المستوى بين العقل البشري والكون. وبالتالي، ونتيجةً للدور الاستدلالي الذي تلعبه الرياضيات في الفيزياء؛ فإن مركزية الإنسان، التي كانت تميز الرياضيات فقط في البداية، تؤثر الآن على تطور الفيزياء، وبمجرد أن ندرك هذا؛ فلن نستطيع أن ننكر الآثار الفيزيائية أو الكونية لمركزية الإنسان الرياضية⁽²⁾.

وقد ظل علماء الفيزياء ظلوا على مدى قرونٍ من الزمان يتوصلون إلى تنبؤاتٍ عديدة *numerical predictions* صحيحة على أساس رياضيات غير قاطعة *non rigorous*، ورغم أن حججهم كانت غير صالحة من الناحية الاستنتاجية؛ فقد عززتها اعتبارات غير رياضية وتقنيات تقريبية *approximation techniques*، ولكن في الآونة الأخيرة، بدأ علماء الفيزياء ينتهكون قطعية الرياضيات دون أي ذريعةٍ لتبرير ما حدث قبل وقوعه؛ فقد استخدموا القواعد الرياضية للتلاعب بالرموز خارج نطاق صلاحيتها، كما استخدموا نظريات غير متسقة رياضيًا. والنتيجة؟ كانت الحصول على أكبر دقة في تاريخ الفيزياء (في حالة الديناميكا الكهربائية الكمومية *quantum electrodynamics*، جزء واحد من عشرة مليارات)⁽³⁾.

أكد **شتاينر** على أهمية الاسترشاد بالتناظرات الفيزيائية، لأن ما توصل إليه **فيثاغورس** من وجهة نظره في "التعليم القائل بأن "الأأنواع الطبيعية" *natural kinds* النهائية في العلوم هي تلك التي تنتمي إلى الرياضيات البحتة". ففي تخمين القوانين، "يتعين على الباحث أن يبتكر الخيارات"، وهذا يتطلب وضع قيود على الخيارات، وهنا يأتي دور "صيف التناظرات" *scheme of analogies*. فهو

(1)Ibid,P.303.

(2)Bangu.Sorin.Op.Cit,P.34.

(3)Steiner.Mark.Mathematical Rigor Physics.P.95.

"يقيد الانتباه إلى نطاق معين من الخيارات". ولأن التناظرات الفيتاغورية كانت ناجحة للغاية؛ فإننا نستمر في الاسترشاد بمثل هذه التناظرات⁽¹⁾.

أما عن التناظر الشكلي فإنه أكثر إثارةً للاشمئزاز على أساس المقدمات الطبيعية. فهو يتضمن تدوين قانونًا كميًا من خلال إجراء تغييرات نحوية أو حتى إملائية في الوصف الكلاسيكي لنظام يُفترض كذبًا (ولكن بوعي) أنه يخضع للفيزياء الكلاسيكية. وقد أشار شتاينر إلى أن "الاكتشافات التي تمت بهذه الطريقة قد اعتمدت على التلاعبات الرمزية التي تقترب من السحر". إن القيام بذلك وتوقع نجاحه يشبه توقع نجاح السحر؛ لأن من خصائص السحر أن يتوقع المرء فيه أن يكون للتلاعب بالرموز علاقةً بالأشياء المرموز إليها. ومع ذلك، فإن الإجراء المعروف باسم "التكميم" quantization ينطوي يتضمن بالضبط هذه الخدعة الشكلية (بالكامل) (الشكلية؛ أي بدون أي دلالة فيزيائية، مجرد تلاعب محض بالرموز). إذاً وكما هو الحال مع السحر، تلاعب الفيزيائيون بالرموز والدلالة الفيزيائية المتوقعة. ومن أمثلة شتاينر على الاكتشافات التي تعتمد على التدوين فكرة "فيرنر هايزنبرج" Werner Karl Heisenberg (1901-1976) في استبدال المتغيرات التي تظهر في المعادلة (الهاميلتونية) التي تصف نظامًا (إذا كان كلاسيكيًا) بمصفوفات؛ فقد توقع هايزنبرج أن تنتبأ معادلته بمستويات الطاقة الصحيحة لذرة الهيدروجين، بل وحتى ذرة الهيليوم، وهو ما كان أكثر غرابة، ولكن لدهشة عالم الطبيعة، حدث ما حدث بالفعل⁽²⁾.

ثانيًا: التماثل والاستقلال:

تناول شتاينر مفهوم التماثل في عدة عبارات تستحق التأمل، منها على سبيل المثال: "يشير التماثل الرياضي إلى التكافؤ الفيزيائي"، "التكافؤ الرياضي = التكافؤ الفيزيائي"، و"تم صياغة المعادلات عن طريق التناظر بالشكل الرياضي لمعادلاتٍ أخرى، حتى لو لم يكن هناك دافع فيزيائي للتناظر أو كان الدافع قليل". وأشار إلى "الاكتشافات القابلة للملاحظة" remarkable التي أدت إليها "الحجج المتماثلة" "في فيزياء الجسيمات الأولية"، ولاحظ أن "أهمية التماثلات في الفيزياء تكمن في علاقتها بقوانين الحفاظ conservation"، وأن "مبرهنات نظرية المجموعة، ولا شيء أكثر من ذلك، تسمح بتنبؤاتٍ عديدة مفصلة تبدو وكأنها تأتي من الهواء الرقيق"، وأن الاستناد إلى الرياضيات جزء من اهتمامنا بالقوانين: "إن الوظيفة الرئيسية للقانون بالنسبة لفيتاغورس، هي انتقاء بنية رياضية، أو تماثل، يمكن استخدامه لوصف الطبيعة"⁽³⁾.

(1)Gila Sher.Op.Cit,P.303.

(2)Bangu.Sorin.Op.Cit,PP.29-30.

(3)Gila Sher.Op.Cit,P.304.

وعلى الرغم من العبارات السابقة إلا أن **شتاينر** رأى أن الميل إلى التناظر قد يؤدي إلى الخرافة والسحر في بعض السياقات؛ حيث يتلاعب الفيزيائيون بالرموز بطرق تشبه الرياضيات القاطعة ظاهرياً، ونجاح مثل هذا السلوك، حتى لو كان جزئياً فقط، يجب أن يكون مدعاةً للدهشة إن لم يكن مدعاةً للتعجب؛ لأنه أدى إلى مثل هذه التنبؤات الدقيقة (وبالتالي يختلف عن التجيم على سبيل المثال، حيث "النجاح" الجزئي، كما اعتبره، لا يحتاج إلى تفسيرٍ على الإطلاق). لأن ما يوحي به نجاح هذا السلوك هو نوعٌ من التطابق بين قوانين الفكر والكون، صحيح أن المذهب الطبيعي الحديث لا يسمح إلا بتلك الروابط بين العقل والعالم التي يمكن تفسيرها بالانتخاب الطبيعي، ولكن في حين أن السلوك التناظري للفيزيائيين، مثل السلوك التناظري بشكلٍ عام، مفهوم، وبالتأكيد له قيمة البقاء؛ فإن الميل إلى التناظر، في بعض السياقات، يمكن أن يؤدي إلى الخرافة والسحر، وغالباً ما ينطوي السحر على نقل خصائص العالم إلى كلماتٍ (مثل محاولة التخلص من الأعداء عن طريق محو أسمائهم)، أي أنه ينطوي على تشبيهات غير مناسبة. إن التحليل التطوري evolutionary قد يقود المرء إلى تصنيف الفيزياء المعاصرة، باعتمادها على التشبيهات الرمزية، بالسلوك السحري!⁽¹⁾

ومن الصدق أن نقول إن د س موجودة، إذا كانت بعض النظريات الصحيحة، المصاغة صورياً في حساب المحمول، تتضمن الجملة \exists س د س (يوجد س بحيث د س). من وجهة نظر "شتاينر" أن د س يمكن أن تلبى هذا الشرط دون أن تكون حقيقية. إن الحقيقة في اعتقاده تعني الوجود بشكلٍ مستقل. وفي الإجابة عن السؤال "مستقلاً عن ماذا؟"، ميز بين نوعين من الاستقلال:

أ- الاستقلال الوجودي *ontological independence*، ب- والاستقلال المعرفي *epistemic independence*.

إن التبعية *dependence* الوجودية هي اعتماد وجود شيء أو نوع من الأشياء على شيءٍ آخر. ولنأخذ مثلاً تاريخياً على ذلك، ولنتأمل انتقادات "أرسطو" لنظريات "أفلاطون" Plato (٤٢٧-٣٢٧ ق.م) حول الأشكال والكيانات الرياضية. لم يشكك أرسطو في وجود مثل هذه الأشياء؛ بل اعترض على (ما اعتبره) قيام أفلاطون بإسناد (ما أسماه) وجوداً منفصلاً *separate* إليها. وزعم - من بين أمورٍ أخرى- أنه إذا لم توجد الأجسام المادية؛ فلن توجد أشكالها ولا أعدادها!⁽²⁾

⁽¹⁾Steiner.Mark.Mathematical Rigor Physics, P.100.

⁽²⁾Steiner.Mark.Mathematical Realism,P.363.

ج- الجانب الأفلاطوني والمعرفة الرياضية:

تناول شتاينر الجانب الأفلاطوني بالتحليل والتفسير من خلال تعليقه على موقف كواين و"بول بناسراف" Paul Benacerraf* (١٩٣١ -)، لكنه بدايةً لم يصف الرياضيات في الفيزياء بأنها غير قابلة للمعرفة فقط، وإنما وصفها بالزيف قائلاً: "ما لدينا هنا، في الحقيقة، هو رياضيات زائفة وربما يتم استبدالها يوماً ما بالمنطق الدقيق. ومع ذلك، فإنه عندما يستخدم الفيزيائيون الرياضيات "السيئة" bad فإنهم يقصدون في الواقع هذه البدائل القاطعة التي لا يمكن تصديقها إلا في حالة المنطق المدعوم، على عكس إعادة التطبيق، بالحدس أو التجربة"^(١).

رأى أن الأفلاطونية الكلاسيكية تتألف من عقيدتين متميزتين، ولا ينبغي الخلط بين الأفلاطونية "الوجودية" Ontological والأفلاطونية "المعرفية" epistemological؛ فمن الممكن الالتزام بالأولى دون الثانية؛ فوفقاً للأفلاطونية الوجودية، تصف حقائق الرياضيات عددًا لا نهائياً من الأجسام الرياضية الحقيقية. ولأن عدد الأجسام المادية قد يكون محدوداً للغاية؛ فإن أغلب الأجسام الرياضية لا يمكن أن تكون مادية.

وعلاوةً على ذلك؛ فإن الطريقة الوحيدة التي يمكن أن تكون بها العبارات الرياضية صحيحة هي من خلال وصف مثل هذه الأشياء الرياضية. وبالتالي إذا كان من الممكن الدفاع عن الأفلاطونية (الوجودية) فإنها ستصبح مسألة تتعلق بما إذا كانت مسلمات الرياضيات صحيحة. وهذا الاستنتاج، بطبيعة الحال، يضع الأفلاطونية الوجودية في ضوء إيجابي للغاية.

* بول بينا سراف: أو بول بن الصراف فيلسوف يهودي أمريكي، فرنسي الجنسية من أصل مغربي، واسمه بول جوزيف بن سولومون بن الصراف، ولد في باريس لأب مغربي وأم جزائرية. وقضى بول السنوات الأولى من حياته في باريس، حتى عام ١٩٣٩ عندما انتقلت الأسرة إلى كاراكاس، ثم انتقلت إلى نيويورك عندما كان بول في التاسعة من عمره. ويفتخر بول بأنه لا يزال يحتفظ بالجنسية الفرنسية. وبعد عامين، عندما كان في الحادية عشرة من عمره، عاد والداه إلى كاراكاس، والتحق بمدرسة بيدي في هايتستاون، نيو جيرسي، كطالب داخلي، وفي خريف عام ١٩٤٨، التحق بول بجامعة برينستون كطالب جديد، وظل هناك منذ ذلك الحين. لم يكن بول في البداية طالباً متحمساً. بل إنه أخبر مجلة برينستون ويكلي بوليتن في نوفمبر/تشرين الثاني ١٩٩٨ أنه في سنته الجامعية الثالثة "اتفق هو وعميد الكلية على أن برينستون وهو سوف يستفيدان من الانفصال القصير". ولكنه عاد إلى برينستون بعد إجازة لمدة عام، وقرر التخصص في الفلسفة. وقد ثبت أن هذا القرار كان قراراً حكيماً للغاية. في العام التالي، تركت الدروس التي حضرها مع الأستاذين جون كيميوني John Kemeny في فلسفة العلوم وروبرت سكوتون Robert Scoon في فلسفة الدين انطباعاً عميقاً عليه. أصبح بول مهتماً بشدة بالفلسفة. تخرج في عام ١٩٥٣ والتحق ببرنامج الدراسات العليا في الفلسفة في برينستون، حيث حصل على درجة الدكتوراه في عام ١٩٦٠. أثناء وجوده في برينستون، درس بول مع الأستاذين بول زيف Paul Ziff وهيلاري بتنام Hilary Putnam، اللذين أشرفا على أطروحته. وقام مع بتنام لاحقاً بتحرير مختارات فلسفة الرياضيات، والتي شكلت هذا التخصص لبقية القرن.

انظر: <https://dof.princeton.edu/people/paul-benacerraf>.

(١)Steiner.Mark.Mathematical Rigor Physics,P.99.

أما الأفلاطونية المعرفية فلا تزال تثير الجدل: فهي العقيدة التي تقول إننا نتوصل إلى معرفة الحقائق المتعلقة بالكيانات الرياضية من خلال ملكة تشبه الإدراك الحسي، أو على الأقل هذا ما يفعله بعض الناس. وكما يقول مؤيدو هذا الرأي منذ أفلاطون:

"ولكن على الرغم من بعد هذه النظريات عن التجربة الحسية؛ فإننا نمتلك شيئاً يشبه الإدراك أيضاً لموضوعات نظرية المجموعات، كما يتضح من حقيقة أن البديهيات axioms تفرض نفسها علينا باعتبارها صحيحة. ولا يوجد سبب يجعلنا نثق في هذا النوع من الإدراك؛ أي في الحدس الرياضي بدرجة أقل من ثقتنا في الإدراك الحسي، سبب يدفعنا إلى بناء النظريات الفيزيائية وتوقع أن تتفق الإدراكات الحسية المستقبلية معها، فضلاً عن الاعتقاد بأن السؤال الذي لا يمكن البت فيه الآن له معنى وقد يتم البت فيه في المستقبل"⁽¹⁾.

والكيانات الرياضية مثل المجموعات عادةً ما تعتبر خاملة سببياً، ومن ثم فهي أفلاطونية بمعنى أنه لا وجود لها في الزمان والمكان، ولا تتمتع بقوى سببية.

كيف إذاً يخفف طرح مثل هذه الكيانات الأفلاطونية من الغموض؟

أولاً: الجانب الأفلاطوني عند كواين

في مقارنة بين كواين وشتاينر نجد أن كواين كان ملتزم بالكيانات الرياضية النشطة سببياً، لكن يوجد هناك لغز من وجهة نظره؛ فقد كان يُنظر إلى الرياضيات بوصفها جزء من الوصف الحقيقي للعالم بسبب الدور الذي تؤديه والذي لا غنى عنه في النظريات الفيزيائية، لكن حسابه لا يعطينا أي إشارة إلى سبب كون الرياضيات لا غنى عنها في العلوم الفيزيائية، أي أنه لا يشرح لنا لماذا الرياضيات مطلوبة في صياغة أفضل نظرياتنا الفيزيائية، والأهم من ذلك أنه لا يشرح لماذا الرياضيات مطلوبة في كثير من الأحيان لاكتشاف هذه النظريات. إن الضرورة تُعد ببساطة حقيقة جامعة.

وقد يكون مغزى كواين أن الرياضيات لا غنى عنها لأنها حقيقة. لكن هذا لن يجدي نفعاً؛ فمن المفترض أن هناك العديد من الحقائق التي لا غنى عنها لأفضل نظرياتنا العلمية. والمطلوب هو شرح لماذا تعتبر الحقائق الرياضية، على وجه الخصوص، لا غنى عنها للعلم. هذه القضايا التي تقع في قلب لغز فيجنر/شتاينر لا يعالجها كواين⁽²⁾.

(1)Steiner.Mark.Platonism and the Causal Theory of Knowledge.the Journal of Philosophy, Vol.LXX ,No.3,February 8.1973,PP.57-58.

(2)Colyvan,Mark.Op.Cit.P.271.

أما **شتاينر** فيرى أن الحجة التي قدمها **كواين** لصالح الواقع الأنطولوجي للكيانات الرياضية، هي في مسارها الصحيح، لكن هناك مشكلةً تنشأ بالنسبة للواقع المعرفي؛ لأن هذه الحجة لا تقدم من وجهة نظره حجة لصالح الواقع المعرفي للكيانات الرياضية فحسب، وإنما تجعل بناء مثل هذه الحجة في الواقع مستحيلًا تقريبًا!

كيف يمكن إبدأً إثبات الواقع المعرفي للكيان في العلوم الطبيعية؟

يظهر النهج التفسيري بوضوح عندما يقرر **شتاينر** إننا عادةً ما نبين أن الكيان النظري لا غنى عنه في تفسير بعض الظواهر الجديدة - وبهذه الطريقة يكتسب الكيان أوصافاً جديدة. ولكن نهج **كواين** يحرم الكيانات الرياضية تمامًا من القدرة التفسيرية! فلكي يكون للكيان القدرة التفسيرية، فلا بد أن تكون هناك ظاهرة ما يمكن وصفها دون الرجوع إلى الكيان، ومن ثم يمكن تفسيرها إذا افترضنا أن الكيان موجودًا. ولكن لا يمكن وصف أي ظاهرة بدقة علمية دون افتراض وجود كيانات رياضية - وهذه هي على وجه التحديد رسالة **تيلسون جودمان** "Nelson Goodman (1906-1998) **وكواين**.

ولكن، على الرغم من هذه الصعوبة، اعتقد **شتاينر** أنه من الممكن تقديم حجة معرفية لإثبات حقيقة الكيانات الرياضية، وهذا هو ما نتجه إليه الآن⁽¹⁾.

ثانياً: نهج بناسراف الأفلاطوني والسببية:

أما **بول بناسراف** فقد رأى أن معنى أفلاطونية الرياضيات: أنها في الوقت الذي تزودها فيه بدلالات طبيعية للغاية، إلا أنها تُثقلها بنظرية معرفية غير معقولة. وبعبارة واضحة: يبدو أن الرياضيات تتحدث عن أشياء مثل الأرقام والمجموعات، تمامًا كما يتحدث علم الحيوان عن الحيوانات، ولكن الرياضيات تختلف عن علم الحيوان في أننا لا نتفاعل سببياً مع موضوعها المزعوم. وهنا تكمن مفارقة حقيقة الرياضيات وفقاً لتفسيرها الأكثر معقولة، والتي تجعلها غير قابلة للمعرفة⁽²⁾.

إن مشكلة **بنا سيراف** حول الصدق الرياضي تظهر توترًا، بل فجوةً تبدو غير قابلة للصدع، بين الأسس الأفلاطونية للرياضيات من ناحية و**"وجهة النظر المحدودة"** لديفيد **هلبرت** David Hilbert (1862-1943) من ناحية أخرى. وفي حين أن وجهة النظر هذه تظهر وحدةً فلسفية رائعة؛

(1)Steiner.Mark.Mathematical Realism,P.373.

(2)Steiner.Mark.“Review of ‘Philosophy of Mathematics: Structure and Ontology’,by Stewart Shapiro,” Iyyun:The Jerusalem Philosophical Quarterly,vol.48(July 1999):344-346,P.344.

فإنها في نهاية المطاف منافسٌ ضعيفٌ للأفلاطونية؛ فهي تترك الممارسة الرياضية دون مساس، حتى البديهية غير البناءة للاختيار⁽¹⁾.

وقد اعترض شتاينر على ذلك بقوله أنه إذا كانت الكيانات الرياضية موجودة حقاً، فإنه لا يمكن معرفتها، ومن ثم فإن الحقائق الرياضية لا يمكن معرفتها. ولا يمكن أن يوجد علمٌ يعالج الأشياء التي لا تُخلف انطباعاً سببياً على الشئون اليومية. إن كل معرفتنا بالأرض وما تحتويه من ثرواتٍ تنشأ من التفاعل السببي بين الأجسام الأرضية وأجسامنا؛ ولأن الأعداد وغيرها تقع خارج كل السلاسل السببية، وخارج الزمان والمكان؛ فإنه لا يمكن فهمها. وعلى هذا فإن عالم الرياضيات يواجه معضلة: إما أن تكون مسلماته غير صحيحة (على افتراض عدم وجود الكيانات الرياضية)، أو أنها غير قابلة للمعرفة. (في الواقع، بطبيعة الحال، فإن المسلمات غير قابلة للمعرفة في أي من البديلين)⁽²⁾.

نستطيع أن ندرك وجهة نظر شتاينر على بشكلٍ أفضل من خلال النظر في خطأ الاعتراض الواضح عليها؛ فالعديد من البناءات الرياضية - كما يزعم المعترضون - هي بناءات وأشياء فردية في الوقت نفسه. على سبيل المثال، فضاء هلبرت* هو بالتأكيد بناء؛ ومع ذلك فهو أيضاً مجموعة واحدة، ورغم أن فضاء هلبرت له خصائص قد تبدو غير نسبية؛ إلا أنه من السهل أن نبين أن كل هذه الخصائص قابلة للاختزال إلى (أي يمكن تعريفها من حيث) الخاصية النسبوية لعضوية المجموعة على وجه التحديد بالطريقة التي يمكن بها اختزال الخصائص غير النسبوية الظاهرة للأعداد (على سبيل المثال، الفردية) إلى خصائص نسبية. وبالتالي، فإن فضاء هلبرت يفتقر إلى الخصائص غير النسبوية بالطريقة نفسها التي تفتقر بها الأعداد. وبالتالي، إذا استشعرنا فضاء هلبرت أو غيره من

(1) Carl J. Posy, **Platonism and the Proto-ontology of Mathematics: Learning from the Axiom of Choice**, in *Mathematical Knowledge, Objects and Applications, Essays in Memory of Mark Steiner*, Edited by, Carl J. Posy • Yemima Ben-Menahem, under exclusive license to Springer Nature Switzerland AG 2023, corrected publication, 2023, P.99.

(2) Steiner, Mark, **Platonism and the Causal Theory of Knowledge**, P.58.

* **فضاء هلبرت**: هو فضاء شعاعي مثل الفضاء الإقليدي Euclidean space الثلاثي الذي نعيش فيه الذي هو من الناحية الرياضية فضاء شعاعي؛ لهذا فإن حالة الجملة التي نقول عنها أنها نقطة في فضاء هلبرت هي في الحقيقة شعاع في هذا الفضاء ولهذا فإن حالة الجملة الفيزيائية تسمى رسمياً شعاع الحالة state vector. وفضاء هلبرت رغم أنه يشبه الفضاء الإقليدي الثلاثي الذي نعيش فيه إلا أنه يختلف عنه في أمرين مهمين: هو ليس ثلاثي الأبعاد بل قد يكون عدد أبعاده لا نهائي وقد تكون الأبعاد مستمرة continuous وليست متقطعة discrete مثل تلك التي في الفضاء الإقليدي الثلاثي الذي يحتوي على الأبعاد x و y و z. هذا الفرق الأول. أما الفرق الثاني فهو خاصية أن فضاء هلبرت هو فضاء مركب complex و ليس فضاء حقيقي real مثل الفضاء الإقليدي الثلاثي. إذن مركبات أي شعاع في فضاء هلبرت هي أعداد مركبة - وهذا هو سر كل السحر الكمومي وكل فضاء ضرب داخلي ذا بعدٍ منتهٍ هو فضاء هلبرت، وكل فضاء معياري لا تتحقق فيه مساواة متوازي الأضلاع هو ليس فضاء ضرب داخلي، وبالتالي ليس فضاء هلبرت.

انظر: http://badisydri.blogspot.com/2019/03/blog-post_9.html.

البناءات - كما يزعم شتاينر - فإننا نستشعر بحكم الأمر الواقع بناءً رياضياً فردياً له خصائص نسبية فقط، وهو ما ينكره شتاينر⁽¹⁾.

إن هلبيرت يتحدث من الناحية التفسيرية عن أنماطٍ وليس عن رموزٍ مادية. إن موضوعات "الحدس الملموس" *concrete intuition* مجردة بالفعل. إنها ببساطة مستمدة بطريقة مباشرة من موضوعاتٍ تجريبية ملموسة. وهذه هي النظرة العامة لهلبيرت: إن الفهم الذي يمكن من خلاله الإدراك المعرفي - أساس المعرفة الرياضية - ليس في حد ذاته إدراكاً حسيّاً، بل إنه مجرد من الإدراك الحسي المناسب. إن مشكلة هلبيرت مع المذهب الأفلاطوني هي اللانهاية وليس التجريد. إن نظرية المجموعات والتحليل الساذج يتجاوزان مدى قدرتنا الحدسية بسبب خصائصهما اللانهائية، وليس بسبب تجريدهما.

لذا يتعين علينا أن نراجع ثنائية بناسراف: إن المذهب الأفلاطوني لديه نظرية مرجعية للصدق تستمر ببساطة في دلالات الخطاب اليومي حول الأشياء المادية، لكنها تقشل في اجتياز الإحالة الذي يمكن من خلاله إدراك المعرفة بسبب طابعها اللانهائي المتأصل، أما نهج هلبيرت فيجتاز اختبار "اللانهاية المطلقة"، لكنه يفشل في توفير دلالات موحدة للرياضيات اللانهائية⁽²⁾.

لكن لا بد من إعادة النظر قليلاً؛ ذلك أن القيد السببي الذي طرحه بناسراف على الإحالة ليس مناسباً هنا في واقع الأمر، ذلك أن القيود السببية من الناحية الفلسفية ليست مناسبة ببساطة. وقد استشهد بناسراف نفسه بالنقد اللاذع الذي وجهه مارك شتاينر في عام 1973 للقيود السببية على المعرفة بشكل عام، والمعرفة الرياضية بشكل خاص قائلاً: "نفترض أنك تريد أن تشتتير تفسير المعرفة الرياضية بالاستدلال السببي. فلماذا إذن - كما زعم شتاينر - يتعين عليك أن تصف هذا "الاستدلال السببي" بطريقة قائمة بذاتها، دون أن تختلط بالفعل بآليات الرياضيات رغم أنه لا أمل في القيام بذلك؟"⁽³⁾.

إن أفلاطون نفسه يرى أن "الغرض الحقيقي" من الهندسة هو المعرفة، المعرفة علاوةً على ذلك بما هو موجود أدياً...". وكذلك فعل شتاينر؛ لأنه لم يقدم نقداً مبكراً لادعاً لأي محاولة لتطبيق نظرية سببية للمعرفة على الرياضيات فحسب، بل إنه عمل أيضاً بجد لتفسير المعرفة الرياضية المجردة في حد ذاتها، وبالتالي "معرفة"نا الكاملة بالمجالات المجردة واللامتناهية⁽⁴⁾.

(1) Nolt, John E. "Mathematical Intuition." *Philosophy and Phenomenological Research*, vol. 44, no. 2, 1983, pp. 189-211. JSTOR, <https://doi.org/10.2307/2107215>. Accessed 27 Sept. 2024, P.194.

(2) Carl J. Posy. *Op. Cit.*, PP.102-103.

(3) *Ibid.*, P.102.

(4) *Ibid.*, P.124.

يمكن القول أن شتاينر قد أولى التناظر الرياضي أهمية قصوى، خاصةً في مجال "القوانين الذرية ودون الذرية"؛ حيث بيّن كيف أن "الرياضيات ... قد وفرت مرارًا وتكرارًا الإطار لتخمين قوانين العالم الذري، من خلال توفير صيغ تصنيفية خاصة بها". وأنه "قد تم استخدام المعلومات التجريبية في الحالات الجديدة من خلال وسيلة التصنيف الرياضي". كما قام بشرح استخدام هذه الاستراتيجية في "تاريخ فكرة الموجة في الفيزياء"، و"تطوير ميكانيكا الكم النسبية"، و"معادلات المجال للنسبية العامة"، و"البرنامج في الفيزياء المعروف باسم "نظريات المجال القياسي"، ومن بين القواعد التي حددها بناءً على هذا النهج: "أنه ستتحقق إمكانية رياضية من الطبيعة"؛ وأن "الصورية [هي] أكثر حكمة منا"^(١).

إن الحجة، إذا ما صغناها بحذر، تسير على هذا النحو: من الضروري للمعرفة أن يكون ما هو معروف سببًا للمعرفة - الاعتقاد الحقيقي - الذي ينبغي أن نطلق عليه المعرفة. وعادةً ما نزعج أن شخصًا ما لا يمكن أن يكون قد عرف هذا أو ذاك، وذلك بإظهار أن هذا الشخص وحواسه لا يمكن أن تكون طرفًا في أي سلسلة سببية تتبع من الشيء الذي زعمنا معرفته. وعلاوةً على ذلك، فإن الأفلاطونية تعترف - بل وتفخر بحقيقة - أن الأعداد والدوال والتمثلات لا تلعب أي دور سببي في العالم^(٢).

أكد شتاينر في النهاية أنه كلما كانت الرياضيات أكثر أوليةً، كلما كان من الصعب وصفها دون الوقوع في فخ الأفلاطونية. وحتى أولئك الذين يهربون من خرافات الأشياء الرياضية، يقعون فريسةً لأفلاطونية القواعد: يبدو أن هناك حقيقة موضوعية بموجبها، في ضوء قواعد الحساب^(٣).

د- الجانب التفسيري لفلسفة الرياضيات عند فيتجنشتين ورسل:

نظر شتاينر إلى فيتجنشتين Wittgenstein* (١٨٨٩-١٩٥١) بوصفه "فيلسوفٌ يربط بين مفهوم الصدق الرياضي والبرهان الرياضي"، وإذا كان الصدق الرياضي يتزامن مع إمكانية البرهان

(١)Gila Sher.Op.Cit,P.304.

(٢)Steiner.Mark.Platonism and the Causal Theory of Knowledge,P.58.

(٣)Steiner.Mark. Mathematical Intuition and Physical Intuition in Wittgenstein's Later Philosophy,P.343.

* كانت المناقشة الأكثر شمولاً لانتقادات فيتجنشتين في كتاب "مارك شتاينر" "المعرفة الرياضية" (١٩٧٥). وفي هذا الكتاب، لا يكفي شتاينر بإظهار أن فيتجنشتين كان مرتبًا بشأن العديد من الأمور التي كان ينبغي له أن يعرفها، بل ويثبت أيضًا أنه عندما يتم توضيح هذه الالتباسات، فإن ادعاءات فيتجنشتين بأن كتابه "المبادئ" لا يستطيع معالجة الحساب العشري العادي داخل النظام تصبح غير مقبولة على النحو المعروف. لقد كتب "سول كريبيك" Saul Kripke (١٩٤٠-٢٠٢٢) بنفسه إلى شتاينر أن فيتجنشتين كاتب صعب المراس، ومن الصعب دحض الكثير من أعماله بشكل قاطع، ولكن من الصعب أن نرى ما قد يقوله أي شخص في دفاعه ضد انتقادات شتاينر. انظر:

Kripke.Saul A.Wittgenstein,Russell,and Our Concept of the Natural Numbers. in Mathematical Knowledge, Objects and Applications,Essays in Memory of Mark Steiner,Edited by,Carl J. Posy • Yemima

الرياضي؛ فإنه يعد مسألة مثيرة للجدل. إن معظم ملاحظات فيتجنشتين حول أسس الرياضيات لا تقترض فلسفةً معاديةً للواقع بشكلٍ عام من أي نوع، وهذا لا يعني أنه لا توجد مشاكل في ملاحظات فيتجنشتين، ومع ذلك، فإن الملاحظة الغربية التي تقول "صديقٌ في نسقٍ رسل" تعني، كما قيل، "مبرهنٌ عليه في نسقٍ رسل" لا تمثل وجهة نظر فيتجنشتين عن البراهين الرياضية التي يقدمها علماء الرياضيات، والتي يتم قبولها كجزء من "الواقع"⁽¹⁾.

وخلال ما يقرب من عشر سنوات، قام فيتجنشتين بمراجعة بعض أكثر آرائه الأساسية في فلسفة الرياضيات، على سبيل المثال أن النظرية الرياضية لا يمكن أن يكون لها سوى برهان واحد، وترجم هذه المقالة أن هذه التغييرات متجذرة في اعتقاده المتزايد بأن النظريات الرياضية مرتبطة "داخلياً" بتطبيقاتها القانونية؛ أي أن النظريات الرياضية هي "إطردات تجريبية صرفة" empirical regularities، والتي يكون الاطراد التجريبي تابعاً لها. لقد كان للدور المركزي الذي ينسبه فيتجنشتين بشكلٍ متزايد للاطرادات التجريبية آثارٌ عميقة على فلسفته اللاحقة ككل؛ من بين هذه الآثار:

١- "الثورة الصامتة" في فلسفة فيتجنشتين للرياضيات

خلال ثلاثينيات القرن العشرين، كرّس فيتجنشتين قدرًا هائلًا من التفكير لأسس الرياضيات، وإن كان ذلك التفكير سلبيًا إلى حدٍ كبير؛ فقد كتب نصوصًا؛ وألقى محاضرات حول هذا الموضوع، بل إنه ألقى محاضرةً بعنوان "الفلسفة للرياضيين". ويعتقد شتاينر أنه من العدل أن نقول إن المرء يستطيع أن يطور معظم ما قاله فيتجنشتين حول موضوعات أخرى مما قاله عن الرياضيات.

ولكن ماذا قال فيتجنشتين عن الرياضيات؟

لنتأمل العبارتين التاليتين:

(أ) لا يمكن أن يكون هناك برهان مستقلان لقضية رياضية واحدة.

(ب) بطبيعة الحال سيكون من الهراء أن نقول إن القضية الواحدة لا يمكن أن يكون لها

برهان؛ لأننا نقول هذا بالفعل.

هاتان المقولتان متعارضتان منطقيًا مع بعضهما البعض، لأن **فيتجنشتين** أصبح مقتنعًا بمركزية مفهوم الاطراد التجريبي في الفلسفة - خاصةً فلسفة الرياضيات واللغة والعقل - وقد تزامنت هذه البصيرة التي اكتسبها مع التغييرات الأخرى في فلسفته للرياضيات⁽¹⁾.

إن أول ما يدركه **شتاينر** عن فلسفة الرياضيات عند **فيتجنشتين** هو أنه لا يمتلك فلسفةً بالمعنى المألوف؛ لأنه في نهاية المطاف، يرى أن الرياضيات ليس لها جوهر: إنها "خليط" من إجراءات البرهان المختلفة، والتي ينبغي للفلسفة أن تصفها⁽²⁾.

إن **فيتجنشتين** يطالب فلسفة الرياضيات بأن تُظهر الأساس التجريبي لنظرية الأعداد، مع تجنب الوقوع في فخاخ التجريبية الملية (نسبةً لجون ستيوارت مل)؛ وأن تأخذ في الاعتبار ضرورة الرياضيات؛ وأن توضح كيف ترتبط الرياضيات بتطبيقاتها الرئيسية؛ وأن توضح كيف تُستخدم الرياضيات في تقديم تنبؤات تجريبية مع تجنب "التركيب القبلي" *synthetic a priori*؛ وأن تشرح ماهية البرهان وطبيعته المعيارية دون اللجوء إلى الميتافيزيقا المشكوك فيها. كما ينبغي لها أن تقدم تفسيرًا للطبيعة المركزية للبرهان في الرياضيات⁽³⁾.

وقد علق **شتاينر** على موقف **فيتجنشتين** من الرياضيات من خلال تعليقه على كتاب "ملاحظات على أسس الرياضيات" الذي أشار فيه **فيتجنشتين** إلى القواعد الرياضية على أنها قواعد النحو؛ حيث يتولد لدى المرء انطباع بأنه لا يوجد الكثير مما يتعلق بهذه التسمية، لكن ما هو أهم بكثير هنا من إحصاء عدد مرات ورود "قواعد النحو" هو أن **فيتجنشتين** في كتابه المذكور قد وسّع مفهومه لما يفترض أن تكون عليه "قاعدة النحو"؛ فقد كتب على سبيل المثال:

"النحو ليس مسؤولاً عن أي واقع؛ فالقواعد النحوية هي التي تحدد المعنى (تشكله) وبالتالي فهي في حد ذاتها غير مسؤولة عن أي معنى، وهي إلى هذا الحد اعتباطية"⁽⁴⁾.

وخلال ثلاثينيات القرن الماضي، كان **فيتجنشتين** قد فصل الرياضيات بشكلٍ حادٍ عن أكثر تطبيقاتها القانونية:

(1) Steiner, Mark. *Empirical Regularities in Wittgenstein's Philosophy of Mathematics*. Philosophia Mathematica (III) 17 (2009), 1-34, doi:10.1093/philmat/nkn016 Advance Access publication July 12, 2008, pp. 1-2.

(2) Steiner, Mark. *Mathematical Intuition and Physical Intuition in Wittgenstein's Later Philosophy*. Synthese, Kluwer Academic Publishers, Printed in the Netherlands, 2000, p. 334.

(3) *Ibid.*, p. 334.

(4) Steiner, Mark. *Empirical Regularities in Wittgenstein's Philosophy of Mathematics*, p. 10.

قد يبدو الأمر كما لو أن الحساب الرياضي $[3 \times 3 + 2 = 11]$ يخولنا أن نتنبأ، على سبيل المثال، بأنني أستطيع أن أعطي ثلاثة أشخاص نصيبهم وسيتبقى تفاحتان، لكن الأمر ليس كذلك، إن ما يبرر لنا القيام بهذا التنبؤ هو فرضية فيزيائية تقع خارج الحساب.

ومع ذلك فقد أصبح **فيتجنشتين** مقتنعاً بأن النظريات الرياضية هي - على العكس من ذلك - قضايا تعبر عن اطرداتٍ تجريبية "لا يمكن تغييرها" إلى قضايا تعبر عن قواعد؛ فالقواعد الرياضية، كما أصبح يعتقد، تختلف عن القواعد النحوية في أن الأولى لها علاقة "داخلية" مع تطبيقاتها. قائلاً:

يسعدني أن ألاحظ أن تقييمي المتعلق بأهمية الاطردات التجريبية للسلوك يتفق مع تحليل روبرت فوجلن Robert Fogelin* (١٩٣٢-٢٠١٦):

"يبدو أن ما توصل إليه **فيتجنشتين** في هذا الصدد هو ما يراه؛ فمن حقائق الطبيعة البشرية أن الناس يتفاعلون بطرقٍ متشابهة إذا ما تلقوا تدريباً متشابهاً. على سبيل المثال، أولئك الذين تدربوا على الرياضيات بشكلٍ عام يتفوقون على نتائجها، أما أولئك الذين لا يستطيعون التعلم فيستبعدون من مواصلة التدريب، وبالتالي لا تتاح لهم الفرصة للاختلاف فيما بعد على الحدود البناءة للرياضيات؛ حيث يمكن أن تنشأ خلافات حقيقية"^(١).

وبحلول عام ١٩٣٩، كان رأيه مختلفاً تماماً حيث قال:

"ليس لي الحق في أن أقول لك أن القضايا الرياضية هي قواعد النحو، بل يحق لي فقط أن أقول لك: "تحقق إذا ما كانت القضايا الرياضية ليست قواعد للتعبير، نماذج قضايا تعتمد على التجربة ولكنها مستقلة عنها".

وقد علق **شتاينر** على المقطع السابق قائلاً: حتى لو كان هذا المقطع (الغامض إلى حد ما) يقول أن القضايا الرياضية هي في الواقع قواعد النحو؛ فإنه يميز قواعد النحو بطرقٍ لا يمكن له تصورها؛ فالمبرهنات الرياضية، بعيداً عن كونها اعتباطية، "تعتمد على التجربة"، وباستخدام المصطلحات الحالية، يمكننا القول إن المبرهنات الرياضية هي قواعد "تابعة" supervenient للتجربة؛ لذا على الرغم من أن القضايا الرياضية "مستقلة عن التجربة"، إلا أن هذا لا يعني أنه

* روبرت جون فوجلين: فيلسوف أمريكي ولد في ٢٤ يونيو ١٩٣٢ وتوفي يوم ٢٤ أكتوبر ٢٠١٦، كان فيلسوفاً أمريكياً وداعية وباحثاً رائداً في البيرونية الحديثة، وأستاذاً للفلسفة وأستاذاً (فحرياً) في العلوم الإنسانية بكلية دارتموث حيث كان يدرس منذ عام ١٩٨٠، ثم انتُخب زميلاً في الأكاديمية الأمريكية للفنون والعلوم في عام ٢٠٠٥. حصل فوجلين على درجة البكالوريوس من جامعة روتشستر في عام ١٩٥٥، وفي عام ١٩٥٧ حصل على درجة الماجستير من جامعة ييل وفي عام ١٩٦٠ حصل على درجة الدكتوراه أيضاً من جامعة ييل، انضم إلى هيئة تدريس كلية بومونا في عام ١٩٥٨، وفي عام ١٩٦٦، أصبح أستاذاً مشاركاً في جامعة ييل، شغل منصب أستاذ في كلية ترومبول التابعة لجامعة ييل من عام ١٩٧٣ إلى عام ١٩٧٦، وظل فوجلين في جامعة ييل حتى عام ١٩٨٠ عندما أصبح أستاذاً في دارتموث.

انظر: https://en.wikipedia.org/wiki/Robert_Fogelin.

(١)Ibid,P.2.

يمكننا أن نقرر جعل $127 = 5 + 7$ قضيةً رياضية، أما إذا ما كانت "قواعد التعبير" الرياضية، كما سماها فيتجنشتين، يجب أن تسمى أيضًا "قواعد النحو"؛ فهذا أمر لا يهمنا كثيرًا^(١).

في فلسفة الرياضيات، عادةً ما يتم التمييز بين الحدس والبرهان، لكن فلسفة فيتجنشتين اللاحقة في الرياضيات تشكل استثناءً مثيرًا للاهتمام. يقول لنا فيتجنشتين: "انتبه إلى الأسلوب الذي نقنع به شخصًا ما بحقيقة قضية رياضية. إنه يخبرنا بشيءٍ عن وظيفة هذا الإقناع؛ يعني الأسلوب الذي يوقظ الحدس". هذا "الأسلوب" هو جزء من قبول البرهان. ومع ذلك، فقد أخبرنا فيتجنشتين أيضًا أن الحدس جزء من عملية البرهان قائلًا:

"إنك إذا واصلت قسمة ١:٣، فلا بد أن تستمر في الحصول على ٣، والنتيجة غير معروفة بالحدس، تمامًا كما أن عملية الضرب 25×25 تعطي النتيجة نفسها في كل مرة يتم تكرارها".
قارن المقطع الأكثر شهرة، "إذا كان عليك أن تمتلك حدسًا ... لتطوير السلسلة ١ ٢ ٣ ٤ ... فيجب أن تمتلك حدسًا أيضًا لتطوير السلسلة ٢ ٢ ٢ ٢ ...".

المقطعين السابقين لا يشكلان تناقضًا، بل يعبران عن ازدواجية جدلية عميقة فيما يتصل بمفهوم الحدس؛ فالحدس الرياضي يشكل جزءًا من النشاط الرياضي، ولكنه لا يلعب دورًا معرفيًا أو برهانيًا. وكما قال في حوالي عام ١٩٤٣:

"إن ما يثير اهتمامي ليس الحصول على نظرة ثاقبة مباشرة إلى الصدق، بل إن ظاهرة النظرة الثاقبة المباشرة ليست كظاهرة ذهنية خاصة، بل كظاهرة من ظواهر الفعل الإنساني".
وعلى أساس دراسة فلسفة فيتجنشتين في الرياضيات، زعم شتاينر أن "الحدس الرياضي" وصفٌ منهجيٌّ خاطئٌ لشيءٍ حقيقي؛ أي الحدس المادي^(٢).

لكن ماذا عن فلسفة الرياضيات عند رسل وعلاقتها بموقف فيتجنشتين؟
في كتاب رسل "أصول الرياضيات" يلتحم المنطق مع الرياضيات تمامًا، في إطار نسق موحد يبدأ من حساب القضايا إلى حساب الفئات ثم العلاقات، ويتدرج دون أدنى فجوة أو قطع إلى الحساب العددي منتقلًا منه إلى بقية فروع الرياضيات كما نسقها المذهب الحسابي لفريجه في تسلسلها عن العدد الصحيح؛ بحيث لا نستطيع أن نقول أين انتهى المنطق وأينم بدأت الرياضيات^(٣).

(١) Ibid, P.10.

(٢) Steiner, Mark. *Mathematical Intuition and Physical Intuition in Wittgenstein's Later Philosophy*, P.333.

(٣) عبد الحفيظ العمري: رحلة المنطق وعلاقته بالرياضيات من أرسطو حتى رسل، مقدمة كتاب برتراند رسل: مقدمة إلى فلسفة الرياضيات، ترجمة: أحمد سمير سعد، دار آفاق للنشر والتوزيع، القاهرة، ٢٠٢٠، ص ١٣.

لكن "رسل" أكد أن الموضوعات المادية غير ضرورية لتفسير صدق أي جملة يمكننا فهمها، كما استخدم مبدأ للتعرف على كيفية تحليل كل جملة تتناول موضوعاً مادياً من خلال حدود لا تذكر موضوعات مادية؛ فرأى أن الموضوعات المادية هي بناءات منطقية بعيدة عن معطيات الحس؛ أي أنه يمكننا أن نفهم من ذلك أنه يود أن يقول أنه لا توجد حقاً مثل هذه الأشياء التي تعتبر موضوعات مادية مثل "المناضد، الكراسي"؛ فهي جزء من معطيات الحس، نجربها عندما نقوم بها، عندما نقول "انظر إلى الموضوعات المادية، أو اسمع الموضوعات المادية، أو المسها، أو...."^(١).

أما بالنسبة لكتاب "برنكيبيا ماثماتيكا" فهو نسقٌ لنظرية المجموعات (أو يمكن اعتباره كذلك، كما أشار "فرانك رامزي" Frank Ramsey (١٩٠٣-١٩٣٠) صديق وزميل فيتجنشتين)، وأن فيتجنشتين (قد أخطأ من وجهة نظر "بنام" وشتاينر)^(٢).

اعتبر فيتجنشتين نظرية المجموعات المفسرة لعبةً ميتافيزيقية؛ ومن ثم رأى شتاينر أن هذه هذه الملاحظة ليست أكثر من رفضٍ لكتاب "برنكيبيا ماثماتيكا" باعتباره "لعبة" من هذا القبيل، وهو الرفض الذي لا يعني أن فيتجنشتين قد اعتبر "التنوع" في الأنشطة التي يعتبرها شتاينر رياضيات "حقيقية" لعبةً رسمية أو مجموعة من هذه الألعاب، أو أنه قد اعتبر أن الحقيقة في الرياضيات يمكن البرهنة عليها في بعض "الألعاب".

لقد نظر فيتجنشتين إلى نظرية المجموعات "باعتبارها فلسفةً أكاديمية في ثياب الحملان: "نظرية" تفسيرية زائفة ليس لها تطبيقات مفيدة على أي شيء آخر غير مجموعة من الألعاب، لذلك فإن مهاجمة نظرية المجموعات لا تعني مراجعة الرياضيات"^(٣).

إن "فيتجنشتين" وحده يتعامل مع كلٍ من المنطق والرياضيات على أنهما "شكلان من أشكال الحياة" من بين أشكالٍ أخرى -على حد قول شتاينر- كما نظر كذلك بعين الريبة إلى "الرغبة والتبجيل الخرافيين اللذين يبديهما علماء الرياضيات في مواجهة التناقض"^(٤).

لكن قد جانبه الصواب في وصفه السابق، حتى وإن كان يرفع من قدر فيتجنشتين، ويعظم نظرتَه إلى الرياضيات؛ فليس فيتجنشتين وحده من ينظر إلى الرياضيات والمنطق على أنهما شكلان من أشكال الحياة؛ فقد نظر علماء المسلمين إلى الرياضيات نظرةً أوسع وأشمل من هذه النظرة؛ فقد جعل "أبو نصر الفارابي" (٢٦٠هـ/٨٧٤م - ٣٣٩هـ/٩٥٠م) الرياضيات تاليةً لعلوم اللغة العربية وعلوم

(١)Speaks.Jeff.Russell on Logical Constructions and Logical Atomism.Philosophy 370,November 4,2004,P.10.

(٢)Putnam,Hilary.Op.Cit, P.90.

(٣)Putnam,Hilary.Op.Cit,PP.90-91.

(٤)Steiner.Mark.Mathematical Rigor Physics,P.100.

المنطق، وقد جعلها "أبو حيان التوحيدي" (١٠٣١ هـ/١٦٢٣ م - ٤١٤ هـ/١٠٢٣ م) في موقعٍ آخر، وكذا إخوان الصفا... وفي كل حال سلم التراث الإسلامي بالعلوم الرياضية بوصفها مبرهنات يقينية لا بد أن تحتل موقعها بدقة في بنية العقل. وحتى الإمام "أبو حامد الغزالي" (١٠٥٧ م - ١١١١ م)، حين صب جام غضبه على العقلانية، وشن حملته الساحقة على العلوم العقلية؛ استثنى الرياضيات، وقال إن أعظم جنايةً على الإسلام الظن بأنه يُنكر الرياضيات؛ فظلت الرياضيات عنده دائماً "لا معنى لإنكارها ولا للمخالفة فيها، فإنها ترجع إلى الحساب والهندسة"^(١).

ربما كانت نظرة شتاينر إلى فيتجنشتين نظرة تقدير، لكنها تتطوي على شيءٍ من المغالاة والمبالغة؛ حيث لم يكتفِ بوصفه الوصف السابق، بل زاد عليه بأنه يعد أحد الفلاسفة القلائل الذين أخذوا تطبيق الرياضيات على محمل الجد كمشكلةٍ فلسفية. وبالطبع، وبالنظر إلى وصفية فيتجنشتين في الفلسفة؛ فإن ما يُعتبر بالنسبة له "حلاً" لمشكلةٍ فلسفية يختلف تمامًا عن غيره من الفلاسفة الذين يمكن العثور عليهم في الأدبيات. ومع ذلك، فإنه (في الفترة التي ناقشها هنا) يستحق الثناء على إبراز قابلية تطبيق الرياضيات إلى الواجهة كموضوع للتأمل الفلسفي^(٢).

هـ- المفهوم المنطقي للتطبيق (التطبيق وإمكانية التطبيق):

من خلال وصف شتاينر لفيتجنشتين بأنه لا يميز بين تطبيق الرياضيات وإمكانية تطبيقها تظهر النظرة النقدية في الفقرة التالية:

"إن إحدى الصعوبات الرئيسية حول قابلية الرياضيات للتطبيق تتمثل في أن مصطلح "تطبيق الرياضيات" application of mathematics مصطلحٌ غامض بشكلٍ كبير؛ حيث لم يلاحظ الفلاسفة هذا الغموض بشكلٍ أساسي، وفيتجنشتين ليس استثناءً. وبناءً على ذلك؛ فإن هناك غموضٌ في استخدامه للمصطلح، مما يعني أنه لا يميز بين تصورين منفصلين للتطبيق وإمكانية التطبيق، وعلاوةً على ذلك، هناك تصورٌ للتطبيق لا يتطرق إليه على الإطلاق، وبالتالي لا يمكن القول إنه قد أخذه في الحسبان"^(٣).

في كتابات فيتجنشتين المبكرة في ثلاثينيات القرن العشرين في حديثه عن "التطبيق"، أشار بشكلٍ أساسي إلى مفهوم فريجه، الذي سماه شتاينر المفهوم "المنطقي" للتطبيق. في هذا المفهوم،

$$(أ) \quad ٥ + ٧ = ١٢.$$

(١) انظر: رشدي راشد: في الرياضيات وفلسفتها عند العرب، ترجمة: يمنى طريف الخولي، مؤسسة هنداوي، المملكة المتحدة، ٢٠٢٤، ص ٢١.

(٢) Steiner, Mark. Empirical Regularities in Wittgenstein's Philosophy of Mathematics, P.20.

(٣) Loc. Cit.

تعني منطقياً أن ٧ ثمرات تفاح و ٥ ثمرات كمثرى على المنضدة يجعلها ١٢ ثمرة على المنضدة (إذا كانت ثمرات التفاح والكمثرى من الفاكهة، وإذا لم تكن هناك فاكهة أخرى على المنضدة، ومن المفترض أن التفاح ليس كمثرى أبداً). بشكل عام، لدينا الصيغة:

(ف) إذا كان هناك ٧ فئات وإذا كان هناك ٥ ج وليس هناك "فئات ج" فإن هناك ١٢ شيئاً إما فاء أو ج.

وتطبيق $١٢ = ٥ + ٧$ يعني ببساطة استبدال "ف" و "ج" في الصيغة.

أما اليوم، فيمكن اعتبار (ف) مبرهنة في منطق الترتيب الأول مع الهوية. من المعروف أن فريجه كان يرى أن (أ) هي أيضاً مبرهنة في المنطق، لكن هذا الادعاء (على الرغم من أن فيتجنشتين قد هاجمه بضراوة) لن يعيننا الآن، لأنه لا يتعلق بالتطبيق^(١).

في جمل الرياضيات البحتة، العدد... يهدف إلى تسمية موضوع رياضي، العدد... المشكلة الفلسفية هي... إيجاد تفسير... لكل السياقات - المختلطة والنقية - التي تحدث فيها المفردات الرياضية... ذهب شتاينر إلى القول بأن فريجه قد قام بحل هذه المشكلة الدلالية، على الأرجح. لقد أوضح كيفية تطوير شكل من أشكال اللغة التي تحتوي على مصطلحات للأرقام الطبيعية وتعبيرات عن الأعداد الأصلية، مثل "كوكب المشتري له أربعة أقمار"، وأسس العلاقات المنطقية بينها^(٢).

في حين وصف شتاينر فيتجنشتين أنه قد اعتبر برنامج فريجه لتقديم وصف عام ومنطقي للتطبيق الرياضي غير ضروري ومضلل؛ فقد أعلن أن "التطبيق يجب أن يتولى أمر نفسه"، وأعلن كذلك أن "الحساب هو التطبيق الخاص به".

إن الأمر يتعلق دائماً بمسألة ما إذا كان من الممكن تمثيل الصورة الأكثر عمومية لتطبيق الحساب وكيف يمكن تمثيلها. والشيء الغريب هنا هو أنه لا يبدو أن هناك حاجة إليه بمعنى ما، وإذا لم تكن هناك حاجة إليه في الواقع فهو مستحيل أيضاً، ويبدو أن الشكل العام لتطبيقه يتمثل في حقيقة أنه لا يقال عنه شيء. (وإذا كان ذلك تمثيلاً ممكناً، فهو أيضاً التمثيل الصحيح)^(٣).

إن التناقضات "الخفية" hidden قد لا تتعارض مع قابلية تطبيق النسق الرياضي في الهندسة، وهذا ما أكده فيتجنشتين في مناظرة له مع "آلان ماتيسون تورينج" A.M.Turing (١٩١٢-١٩٥٤)، فقد جادل تورينج بأن التناقض غير الملحوظ قد يؤدي إلى انهيار العلاقة، أما الأمثلة التي ناقشها

(١)Loc.Cit.

(٢)Franks.Curtis.Logic Discovered and Logic Imposed (APurim Story). in Mathematical Knowledge, Objects and Applications,Essays in Memory of Mark Steiner,Edited by,Carl J. Posy • Yemima Ben-Menahem,under exclusive license to Springer Nature Switzerland AG 2023,corrected publication 2023,P.91.

(٣)Steiner.Mark.Empirical Regularities in Wittgenstein's Philosophy of Mathematics,PP.20-21.

شتاينر فنُظهِر أن وجهة نظر **فيتجنشتين** لديها الكثير مما يوصي به؛ فقد تؤدي هذه التأملات إلى بعض التخمينات، مثل أن قواعد الرياضيات تؤدي إلى نتائج صحيحة قد تبدو للبعض مسألة بديهية؛ ففي نهاية المطاف، هذه القواعد إما حقائق أو مشتقة من حقائق؛ فلماذا لا تؤدي الحقائق إلى حقائق؟ إن القواعد الرياضية (الخاصة بالتلاعب بالرموز) يمكن أن تؤدي إلى نتائج صحيحة خارج مجال صحتها وبالتأكيد هناك شيء ما يمكن تفسيره هنا⁽¹⁾.

لقد كان موقف **فيتجنشتين** من المنطق دافعاً قوياً لانتقاد فلاسفة الرياضيات في اهتمامهم المفرط بالبحث في تصور العدد وأسس الرياضيات كوسيلة ناجحة للخروج من الأزمة التي لحقت بالرياضيات، في حين أنه كان يجب أخذ الرياضيات كما هي، وإن كانت هناك أزمة ففي عقول الرياضيين والفلاسفة لا في الرياضيات، وقد وجه هذا النقد لرسول ولفرجه ولكل رياضي سعى لإيجاد حلٍ لإشكالية الأسس، ولهذا فإن **فيتجنشتين** قد أبعدها عن حل أزمة الرياضيات⁽²⁾.

إن الطريقة الوحيدة التي يمكن للمرء أن يفكر بها في تحويل القضايا الحسابية إلى بناء اجتماعي تكون عن طريق تحويل الحقائق* التي تستند إليها- أي تحويل الاطرادات التجريبية- إلى بناء اجتماعي أيضاً كما أكد **شتاينر**، لكنه رأى أن **فيتجنشتين** لم يقترح من مثل هذا الرأي، بل أنه كان سيعتبر هذه القضايا غير متماسكة، وسوء استخدام للغة العادية، أو أنها باختصار مثلاً على "الفلسفة الأكاديمية" في أسوأ حالاتها⁽³⁾.

أما بالنسبة لأطروحة **رسول** في العلوم المتقدمة، التي تستخدم المعادلات التفاضلية؛ فقد فسر **شتاينر** المُحددات **determiners** الرياضية بأنها ليست أحداثاً حقيقية، بل هي "أحداث نقطية".

(1) Steiner, Mark. *Mathematical Rigor Physics*, P.100.

(2) زبيدة مونية بن ميسي: من نقد المناهج الرياضية إلى الخصوبة الخالصة في الرياضيات عند كفايس، سلسلة أبحاث المؤتمر السنوي الدولي "كيف نقرأ الفلسفة"، المجلد 2، العدد 2، الإسكندرية، 2016، ص 1064.

* لا يتردد **فيتجنشتين** في استخدام كلمة "حقيقة" **fact** في سياق فلسفي؛ حيث يقول في عدة أماكن: "ولكن لماذا لا ينبغي للرياضيات، بدلاً من أن **تعلمنا الحقائق**"، أن تخلق أشكال ما نسميه حقائق؟ "قل ما تختاره، ما دام ذلك لا يمنعك من رؤية الحقائق". "إن القضية هي شيء غريب!، إن الميل إلى افتراض وجود وسيط محض بين العلامات القسوية والوقائع". "إن ما يجب أن نذكره من أجل شرح دلالة، أعني مغزى ما، مفهوم ما، هو في الغالب حقائق عامة للغاية في الطبيعة: حقائق لا تكاد تذكر أبداً بسبب عموميتها الكبيرة". في رأي **شتاينر** أن **فيتجنشتين** رأى أن مصطلح "حقيقة" له استخدام مقبول تماماً في اللغة العادية. إن مقاومته لمصطلح "الحقائق الرياضية" كما دافع عنها عالم الرياضيات في كامبريدج "ج. ه. هاردي" ليس اعتراضاً على مصطلح "الحقيقة" نفسه، بل على الاستخدام غير الشرعي للمصطلح خارج "لغة اللغة" التي له فيها وحده معنى. ويؤدي هذا الاستخدام غير الشرعي إلى تعميم مصطلح "الحقيقة"، وظهور نظريات تفسيرية زائفة تستخدم مصطلح "الحقيقة" كمصطلح تقني للفلسفة الأكاديمية. إحدى هذه النظريات هي "النظرية" القائلة بأن كل قضية صحيحة هي صحيحة "بحكم" الحقيقة التي تعبر عنها، والتي تتطلب بعد ذلك "حقائق رياضية" على غرار **هاردي**.

انظر:

Steiner, Mark. *Empirical Regularities in Wittgenstein's Philosophy of Mathematics*. P.14.

(3) *Ibid*, P.14.

رياضياً، أي أن الحالة اللحظية لنسقٍ (كامل التحديد) في زمنٍ ما تحدد حالة النسق في أي زمنٍ آخر. لكن هذه العلاقة الرياضية بين الحالات ليست العلاقة السببية التقليدية⁽¹⁾. وإذا طرحنا سؤالاً مفاده: ماذا يوجد في علم الوجود أكثر مما يظهر في المعادلات التجريبية الأساسية للفيزياء؟ فإن إجابة رسل التي أكدها شتاينر ستكون لا شيء⁽²⁾. لقد اقترح رسل في أطروحته: أن العلوم الرياضية تتجنب السببية، وهو أمرٌ معقول تماماً بناءً على الافتراض غير المعلن بأنه يمكن اختزال النظرية العلمية في قوانينها، لكن كل قانون من قوانين الفيزياء يحتاج إلى تفسير، وهذا ينطبق بشكلٍ خاص على القوانين التي في شكل معادلات تفاضلية؛ فعادةً ما تصاغ قوانين الفيزياء في شكل معادلات تفاضلية من الدرجة الثانية، لا تتطوي على المقادير العلمية الأساسية نفسها (الزمن، الكتلة، المسافة، الشحنة) وإنما على مشتقاتها الثانية. ومن ثم يجب تكامل هذه المعادلات، وبالتالي إدخال ثوابت التكامل، ويُطلق على تحديد قيم هذه الثوابت توفير شروط ابتدائية، لكن لا تنتج كل مجموعة شروط ابتدائية ما يسميه الفيزيائيون حلاً "حقيقياً فيزيائياً"⁽³⁾.

الخاتمة والنتائج:

اختلط الجانب التفسيري في فلسفة العلم عند شتاينر بالجانب الرياضي؛ فكان نهجه تحليلياً تفسيرياً، ظهر هذا النهج بوضوح في تناوله لموضوعات الفيزياء، ورأينا كيف يلعب الجانب التفسيري دوراً مهماً فيها، لكنه لم يقتصر على ذلك؛ فقد امتد نهجه التفسيري إلى فلسفة الرياضيات، كما ركز مفهومه في العلوم الطبيعية والرياضية على مركزية الإنسان الرياضية؛ حيث رأى أن الرياضيات تؤدي دوراً متوسطاً بين العقل والكون، وأن هناك رياضيات غير قاطعة انطلق منها علماء الفيزياء مما أدى إلى نتائج علمية غير مرحب بها. ومن ثم يمكن تلخيص بعض النتائج التي توصل إليها في النقاط الآتية:

- 1- ميز بين التفسير والتفسير البعيد، وركز على ضرورة إعادة وصف الظاهرة من خلال اللياقة بدلاً من التخلص من تفسيرها، مقدماً مثال المجال المغناطيسي الذي كشفت وهمه نظرية النسبية الخاصة لأينشتاين كمثال لإعادة وصف الظاهرة بدلاً من التخلص منها.
- 2- قدم ثلاثة أبحاث في الرياضيات بين عامي 1978 و 1983 أعاد من خلالها أهمية التفسير في العلوم والرياضيات بعد اختفاء دوره لأغلب فترات القرن العشرين، كما ركز على اللياقة والجمال اللذان يحدث من خلالهما التوافق بين العقل البشري والعالم عند تناوله للجانب التفسيري للرياضيات؛

(1) Stiner, Mark. Events and Causality. P.250.

(2) Ibid, P.250.

(3) Ibid, P.253.

حيث وصف عالم الرياضيات بأنه أقرب إلى الفنان، وأن الجمال هو المعيار الوحيد الذي يحدد ماهية الرياضيات، تتحمل الاعتبارات الجمالية إلى حد كبير مسؤولية تطوير النظريات الرياضية التي تلعب دورًا حاسمًا في اكتشاف أفضل نظرياتنا العلمية.

٣- نادى بعدم قطعية الرياضيات ورأى أن أكبر نجاح حققه علماء الفيزياء بدأ عندما تخلوا عن قطعية الرياضيات في الديناميكا الكهربائية الكمومية.

٤- رأى أن الصيغ المنطقية لها وجود مستقل عن الصيغ الفيزيائية، مندهشًا مثل "ويجنر" من استخدامها في الفيزياء، في سياق تأكيده على وجود نوعين من الواقع (الوجودي، والمعرفي)، هادفًا لإثبات حقيقة وجود كيانات رياضية معينة، خلص شتاينر أن ديكارت رغم منهجه التشككي وحججه التي صاغها، إلا أن هذا النهج يترك المعرفة الهندسية سليمة بلا شك.

٥- ميز بين التناظر الفيتاغوري والتناظر الصوري أو الشكلي، ورأى أن كلا التناظرين الفيتاغوري والصوري رياضي في نهاية الأمر. ودعا للاسترشاد بالتناظر الفيتاغوري، كما أشار كذلك إلى الدور المركزي للإنسان في نجاح الاستراتيجيات الرياضية في الفيزياء، بل إنه اعتبر الرياضيات مركزية الإنسان التي تتوسط بين العقل والكون.

٦- انتقد أي محاولة لتطبيق النظرية السببية للمعرفة على الرياضيات، كما عمل أيضًا على تفسير المعرفة الرياضية المجردة في حد ذاتها، وبالتالي "معرفةنا" الكاملة بالمجالات المجردة واللامتناهية.

٧- فرق بين تطبيق الرياضيات وإمكانية تطبيقها عند فيتجنشتاين الذي وقف منه موقف المدافع لدرجة جعلته يبالغ في وصفه بأنه الرياضي الوحيد الذي ينظر إلى الرياضيات والمنطق بوصفهما شكلان من أشكال الحياة.

قائمة المصادر والمراجع

أولاً: المصادر:

- (1) Steiner, Mark. **Cartesian Scepticism and Epistemic Logic**. Analysis, Volume 39, Issue 1, January 1979, Pages 38–41, 1979.
- (2) Steiner, Mark. **Empirical Regularities in Wittgenstein's Philosophy of Mathematics**. Philosophia Mathematica (III) 17 (2009), 1–34, doi:10.1093/philmat/nkn016 Advance Access publication July 12, 2008.
- (3) Steiner, Mark. **Events and Causality**, the Journal of Philosophy, Vol LXXXIII, NO.5, MAY 1986.
- (4) Steiner, Mark. **Explaining and Explaining Away in Mathematics: The Role of "Fitness"**, In Carl Posy & Yemima Ben-Menahem (eds.), Mathematical Knowledge, Objects and Applications: Essays in Memory of Mark Steiner. Springer. pp. 9-22, 2023.
- (5) Mark Steiner. **Mathematical Intuition and Physical Intuition in Wittgenstein's Later Philosophy**. Synthese, Kluwer Academic Publishers. Printed in the Netherlands, 2000.
- (6) Steiner, Mark. **Platonism and the Causal Theory of Knowledge**. the Journal of Philosophy, Vol. LXX, No. 3, February 8, 1973.
- (7) Steiner, Mark. **Mathematical Realism**. Nous, Vol. 17, No. 3 (September 1983): 383-395, 1983.
- (8) Steiner, Mark. **Mathematical Rigor Physics**. In Michael Detlefsen (ed.), Proof and Knowledge in Mathematics. New York: Routledge, 1992.
- (9) Steiner, Mark. "Review of 'Philosophy of Mathematics: Structure and Ontology', by Stewart Shapiro," Iyyun: The Jerusalem Philosophical Quarterly, Vol. 48 (July 1999): 344-346, 1999.
- (10) Steiner, Mark. **The Applicabilities of Mathematics**. Philosophia Mathematica, (3) Vol. 3, PP. 129-156, 1995.

ثانياً: المراجع باللغة العربية والمترجمة إليها:

- (١) حسين علي حسن: مفهوم الاحتمال في فلسفة العلم المعاصرة، مكتبة الحرية الحديثة، عين شمس، القاهرة، ١٩٨٩.
- (٢) د. م. تيرنر: الكشف العلمي، ترجمة: أحمد محمود سليمان، مراجعة د: محمد جمال الدين الفندي، دار الكاتب العربي للطباعة والنشر، القاهرة، ١٩٤٠.
- (٣) دونالد جيليز: فلسفة العلم في القرن العشرين "أربعة موضوعات رئيسية"، ترجمة: حسين علي حسن، أم القرى للطباعة والنشر والتوزيع، القاهرة، ٢٠٠٧.
- (٤) رشدي راشد: في الرياضيات وفلسفتها عند العرب، ترجمة: يمني طريف الخولي، مؤسسة هنداوي، المملكة المتحدة، ٢٠٢٤.

(٥) زبيدة مونية بن ميسي: من نقد المناهج الرياضية إلى الخصوبة الخالصة في الرياضيات عند كفاييس، سلسلة أبحاث المؤتمر السنوي الدولي "كيف نقرأ الفلسفة"، المجلد ٢، العدد ٢، الإسكندرية، ٢٠١٦.

(٦) عبد الحفيظ العمري: رحلة المنطق وعلاقته بالرياضيات من أرسطو حتى رسل، مقدمة كتاب برتراند رسل: مقدمة إلى فلسفة الرياضيات، ترجمة: أحمد سمير سعد، دار آفاق للنشر والتوزيع، القاهرة، ٢٠٢٠.

(٧) كريم موسى حسين: فلسفة الرياضيات بروية تكاملية الاتصال والانفصال، مجلة الفلسفة، الجامعة المستنصرية، المجلد ٢٠١٩، العدد ٢، بغداد، العراق، ٢٠١٩.

(٨) محمد أمين المفتي: عن فلسفة الرياضيات، مجلة تربويات الرياضيات، الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات، المجلد (٢٤)، العدد (٩)، يوليو، القاهرة، ٢٠٢١.

ثالثاً: المراجع الأجنبية:

- (1) Andrew Arana. **Purity and Explanation: Essentially Linked?**. in *Mathematical Knowledge, Objects and Applications, Essays in Memory of Mark Steiner*, Edited by, Carl J. Posy • Yemima Ben-Menahem, Under Exclusive License to Springer Nature Switzerland AG 2023, corrected publication 2023.
- (2) Bangu.Sorin. **Steiner on the Applicability of Mathematics and Naturalism**. *Philosophia Mathematica (III)* 14 (2006), 26–43, Advance Access publication January 9, 2006.
- (3) Capobianco.Giovanni&Rosaria Enea.Maria. **Geometry and Analysis in Euler's Integral Calculus**. Springer, published on line, 12 May, 2016.
- (4) Carl J. Posy. **Platonism and the Proto-ontology of Mathematics: Learning from the Axiom of Choice**. in *Mathematical Knowledge, Objects and Applications, Essays in Memory of Mark Steiner*, Edited by, Carl J. Posy • Yemima Ben Menahem, Under Exclusive License to Springer Nature Switzerland AG 2023, corrected publication, 2023.
- (5) Carl Posy&Yemima Ben-Menahem. **Mathematical Knowledge, Objects and Applications**, *Essays in Memory of Mark Steiner*, Edited by, Carl J. Posy • Yemima Ben Menahem, Under Exclusive License to Springer Nature Switzerland AG 2023, corrected publication 2023.
- (6) Colyvan, Mark. **The Miracle of Applied Mathematics**. *Synthese* 127: 265–277, Kluwer Academic Publishers. Printed in the Netherlands, 2001.
- (7) Colyvan, Mark&Resnik D.Michael. **Explanation and Realism: Interwoven Themes in the Philosophy of Mathematics**. in *Mathematical Knowledge, Objects and Applications, Essays in Memory of Mark Steiner*, Edited by, Carl J. Posy • Yemima Ben Menahem, Under Exclusive License to Springer Nature Switzerland AG 2023, corrected publication, 2023.
- (8) David Gordon. **Steiner on Cartesian skepticism**. *Analysis*, Vol.39, Issue 4, October 1979, <https://doi.org/10.1093/analys/39.4.224>, P.224.

- (9) Franks.Curtis.**Logic Discovered and Logic Imposed (APurim Story)**. in Mathematical Knowledge,Objects and Applications,Essays in Memory of Mark Steiner,Edited by,Carl J. Posy • Yemima Ben-Menahem,Under Exclusive License to SpringerNatureSwitzerland AG 2023, corrected publication 2023.
- (10) Gila Sher. **Human Thought, Mathematics, and Physical Discovery**. In Mathematical Knowledge,Objects and Applications,Essays in Memory of Mark Steiner,Edited by,Carl J. Posy •Yemima Ben-Menahem,under exclusive License to Springer NatureSwitzerland AG 2023, corrected publication 2023.
- (11) Kripke.Saul A.**Wittgenstein,Russell, and Our Concept of the Natural Numbers**. in Mathematical Knowledge, Objects and Applications,Essays in Memory of Mark Steiner,Edited by,Carl J. Posy •Yemima Ben-Menahem,Under Exclusive License to Springer NatureSwitzerland AG 2023,corrected publication 2023.
- (12) Nolt, John E. “**Mathematical Intuition**.” Philosophy and Phenomenological Research, vol. 44, no. 2, 1983, pp. 189–211. JSTOR, <https://doi.org/10.2307/2107215>. Accessed 27 Sept. 2024.
- (13) Peressini, Anthony. “**Applying Pure Mathematics**” Philosophy of Science, vol. 66, 1999, pp. S1–13. JSTOR, <http://www.jstor.org/stable/188757>. Accessed 28 Sept. 2024.
- (14) Putnam, Hilary.“**A Note on Steiner on Wittgenstein, Gödel, and Tarski**.” *Iyyun: The Jerusalem Philosophical Quarterly* / *עיון: רבעון פילוסופי*, vol. 57, 2008, PP. 83–93. JSTOR, <http://www.jstor.org/stable/23354054>. Accessed 21 Sept. 2024.
- (15) Resnik, Michael D.&David Kushner.“**Explanation, Independence and Realism in Mathematics**.” *The British Journal for the Philosophy of Science*,Vol.38, No. 2,1987, pp. 141–58. JSTOR, <http://www.jstor.org/stable/687045>. Accessed 22 Sept. 2024.
- (16) Rosenberg, Alexander. “**Russell versus Steiner on Physics and Causality**.” *Philosophy of Science*, vol. 56, no. 2,1989, PP. 341–47. JSTOR, <http://www.jstor.org/stable/187879>. Accessed 21 Sept. 2024.
- (17) Speaks.Jeff.**Russell on Logical Constructions and Logical Atomism**.Philosophy 370,November 4,2004.
- (18) Stewart Shapiro.**Philosophy of Mathematics: Structure and Ontology**. Oxford University Press, Iyyun,The Jerusalem Philosophical Quarterly 48 (July 1999): 344-346,1999.

رابعاً: الرسائل العلمية:

- (١) حنان علي عواضة: النزعة العلمية في فلسفة كارل بوبر بين التجربة والميتافيزيقا، رسالة ماجستير غير منشورة إشراف د.أحمد علي الحار، كلية الآداب والعلوم، مصراتة، ليبيا، ١٩٩٩.
- (٢) محمد مصطفى حجازي: فلسفة اللغة والمنطق عند سول كريبك، رسالة دكتوراه غير منشورة، إشراف د. علي حنفي محمود، د.إبراهيم طلبة عبدالخالق، طنطا، ٢٠١٢.

خامساً: معلومات من شبكة المعلومات الدولية (الإنترنت):

- (1) <https://huji.academia.edu/SteinerMark>.
- (2) <https://dof.princeton.edu/people/paul-benacerraf>.
- (3) https://www.college.columbia.edu/cct_archive/may05/forum.html.
- (4) <https://www.lindahall.org/about/news/scientist-of-the-day/g-h-hardy>.



- (5) <https://www.britannica.com/biography/Eugene-Wigner>.
- (6) https://en.wikipedia.org/wiki/Stewart_Shapir.
- (7) <https://scholar.google.se/citations?user=tqy5PFUAAAAJ&hl=en>.
- (8) <https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Lagrange>.
- (9) <https://www.yu.edu/faculty/pages/shatz-david>.
- (10) https://en.wikipedia.org/wiki/Robert_Fogelin.
- (11) <https://altibbi.com>.
- (12) http://badisydri.blogspot.com/2019/03/blog-post_9.html.
- (13) <https://ar.wikipedia.org/wiki>.